عمومي فزیک

لومړی ټوک

لیکوالان: پوهاند عبدالظاهر ستانېزی او پوهنیار فریبا احدیار
ژباړن: انجنیر مطیع الله هوتک

د کتاب نوم:
عمومي فزيک
ليکوالان:
پوهاند عبدالظاهر ستانېزی او پوهنيار فريبا احديار
ژباړن:
انجنير مطيع الله هوتک
علمي ايډيټران:
محمد خان حيدري، پوهاند عبدالحق ايمل، نرګس بيګ
ژبني ايډيټران:
محمد افضل ذاکر، امان الله ايمان، محمد نعمان موحد
علمي بورډ غړي:
پوهاند دوکتور محمد قاسم جمدر، پشتون ګل وردګ رسولي، دوکتور محمد انور غوري
نرګس حليم، پوهاند دوکتور محمد عارف تنيوال، فتانه لامع، بلقيس حليمي
رابط کسان:
آمنه رميار، عطا محمد مياخيل، استاد لطيفه، ديانا مجددی
کمپوز او ډيزاين:
انجنير محمد افضل ذاکر
خپرندوی:
سعيد خپرنيز مرکز
چاپ ځای:
سعيد چاپخانه
شمير:
100 ټوکه
د چاپ وار:
دريم، 1401 هـ.ش
قيمت: 250 افغانی
د چاپ ټول حقوق له خپرنيز مرکز سره خوندي دي
انتشارات سعيد آدرس: ابتدای جادهٔ آسمایی، کابل.
شماره‌های تماس:
0730200700 و 0705814642
0788100157 و 0707575935
Shirahmad_saedy@yahoo.com
dabeer.saedy@gmail.com

بسم الله الرحمن الرحیم

ډالۍ

خپل قدرمن پلار ته !

چې په اسلامي مينه يې روزلی يم

د زرغون پیغام

یووشتمه پېړۍ د اړیکو پېړۍ ده، په دغې پېړۍ کې هغه هېواد ډېر وروسته پاتې وي چې له نړیوالې ټولنې سره يې اړیکو وي. د نورو برخو په شان د هیوادونو علمي اړیکو ساتل هم خورا اړین دي، د علمي اړیکو یوه لار دا ده چې هیوادونه د یوه بل د علمي اتباعو آثار وژباړې او په دې کار سره د علمي اړیکو په حواله د هیوادونو ترمنځ ټولې پولې وراني کړي.

تاریخ موږ ته وايي چې د علومو ډېري مفاهیم په آسیا کې ایجاد او د عربي ممالکو له لارې غربي هیوادونو ته د ژباړو په مرسته لېږدول شوي دي او په دې توګه د ژباړې په ذریعه علوم له یوې قارې و بلې او له یوه هیواد و بل ته رسیدلي دي. د ساري په توګه د ریاضي نني اعدادو سیستم هندی-عربي چې موږ او تاسې يې کاروو په هند کې منځته راغلي د اعرابو په ذریعه غرب ته لېږدول شوي، هورې مفاهیم او کاروني يې ژباړل شوي او عمومي(نړیوال) رنګ يې غوره کړی.

د ژباړې اهمیت دومره دی چې په یوه دوه پاراګراف کې بحث پرې کول شاید ناممکن وي. په علمي برخه کې د افغان محصلینو شدید اړتیاوو او د علمي کتابونو او وثیقو نیمګړتیاوو موږ دې ته اړ ایستو څو له دې لارې افغاني علمي ټولنې ته یو څه وړاندې کړو. په دې توګه مو په ۱۳۹۲ کال کې د ښاغلي احمد فهیم سپین غر په مشرۍ دغه مرکز ایجاد کړ، موږ خپل کاري لومړیتوبونه په دې توګه وټاکل چې لومړۍ به د افغانستان د ټولو پوهنځیو ټول درسي کتابونو دوو ملي ژبو ته ژباړو، په دویم ګام کې به ټول ممد درسي کتابونه چې محصل ته د زده کړې پرمهال ډېره اوړه ورکوي ژباړو، له دې دوو وروسته دریم ګام کې چې کله درسي کتابونه او ممد درسي کتابونو د محصل په اختیار کې واقع شول او علمي چانتې يې ډکې شوې، نو د همدې محصلینو په ذریعه تحقیقي کارونه کول څو هر څوک په خپله برخه کې څېړنیزې پایله ترلاسه کړی شي چې خوشبختانه تر نن ورځې پورې وتوانیدلو د کابل پوهنتون ساینس پوهنځي درسي کتابونه له یوې ملي ژبې څخه بلې ملي ژبې ته وژباړو او دا لړۍ به تر هغه دوام لري څو د افغانستان د ټولو پوهنځیو ټول درسي او ټول نړیوال ممد درسي کتابونه په دواړو ملي ژبو ولرو.

موږ په کاري پلان کې د زرغون په نامه د یوې علمي مجلې خپرل هم ول، خو د اقتصادي او بودیجوي امکاناتو د ذیق والي له کبله په دې کار ونه توانیدلو ، اما د دې وعدې د پوره کېدو او د دې تشې د ډکیدو لپاره مو د (Zarghoon Green) په نامه یوه فیسبوک پاڼه جوړه کړه چې محض علمي مسایل خپروي او په الکترونکي توګه یې تر خلکو رسوي.

له خپلو دغه هڅو مو طمع دا ده چې په علمي لحاظ د هیوادونو سره زموږ دغه فصل یوه ورځ په وصل واوړي او زموږ محصل د نړۍ یا حتی د سیمې له محصل سره علمي تقابل وکولی شي. زموږ دا هڅې زموږ د امکاناتو په تناسب خورا عالي دي، خو د دې سترې علمي اړتیا په پرتله بیا په نشت حساب دي، نو موږ او تاسې ته پکار ده چې هر څوک متې را ونغاړي او د دې مرکز سره په معنوي برخه(ژباړه ، کمپوز او ډیزاین) کې همکاري وکړي څو لا اقل د هیواد وچ علمي ډاګونه خړوب او د وطن علمي کادر تنده ماته کړی شو.

د باسواده افغانستان په هیله

انجنیر مطیع الله هوتک

د زرغون څېړنې او ژباړې مرکز عمومي رئیس او د علمي بورډ مشر

وګړي وا ړه کارونه خپل کا مردان هغه دي چې کار د بل کا

په هغه ټولنو کې چې وګړي یې نه یوازې له حکومتي بلکې له شخصي امکاناتو څخه په ګډه لخپستې سره خپل هیواد، ولس او خلکو ته د خپل مسلک له لارې، څه کول غواړي، دغه ټولنې خپل راتلونکی په خپل لاس جوړوي. د ډیرو داسې ځوانانو د حال شاهد یو چې له پوهنتونه فارغ اما اوزګار ګرځي او پړه په حکومتي چارواکو لچوي، زما باور دا دی که چیرې یو څوک د کار او یو څه کولو ارمان ولري، نو مخکې له دې چې د حکومت کارې دروازې یې پرمخ خلاصې شي د ه ځان وختي په یوه کار بوخت ساتلی وي او عملاً خپلو خلکو ته یو څه عرضه کوي.

ښاغلی مطیع الله هوتک یو له پاس یاد شوو کسانو څخه دی چې د کابل پوهنتون د ساینس پوهنځي له فزیک دیپارتمنت څخه فارغ شوی، اوس د سوداګرۍ وزارت سره د نشراتي همکارۍ سربیره د زرغون ځېړنې او ژباړې مرکز مشري هم کوي، د ده په مشرۍ د زرغون مرکز هڅې د بېرې حیاتي او د ستایلو دي. زرغون د څېړنې او ژباړې مرکز د ساینس برخې لس ګونه عنوانه درسي کتابونه ژباړلي او هغه محصلین چې ژبني ستونزې لري عملاً استفاده ترې کوي د دې ترڅنګ د ساینسي برخې ډیرو کتابونو کمپوز، ډیزاین او حتی ایډیټ کې له درنو استادانو سره همکاري کوي، خای یې دی چې ووایم کابل پوهنتون کې یو څه موده داسې حلقات را پیدا شول چې په درسي ملحول کې ژبني اندول یې شعار و، دغه حلقات که څه هم شعار یې سم و، اما شعار یې د ارمان د ځرګدونې پرځای د شومو اهدافو ځرګدوی و او پرته له دې چې قومي واټونه یې اکاډمیکو ساحو ته راوستل بله لاسته راوړنه یې نه درلوده، خو له نیکه مرغه زرغون په خپلو ریښتني او ایماني هڅو یادحرکتونه خنثی او پوچ ثابت کړل.

زما غوښتنه د زرغون له رهبري هیئت څخه دا ده چې له کابل پوهنتون سره دې په علمي برخه کې خپلې هڅې جاري وساتي او د اکاډمیکو ارګانونو د لا ښه توب لپاره له دولت سره همکار واوسي.

په پای کې کابل پوهنتون علمي معاونیت ښاغلی مطیع الله هوتک ته د افغانستان د ساینس برخې د اتل او د هیواد ریښتوني بچي لقب ورکوي.

آباد دې وي افغانستان او تل دې وي د هیواد ریښتوني بچیان

کابل پوهنتون

زه پرې وياړم!

پوهان وايي، پوهنه هغه رڼا ده چې په ذريعه يې كېداى شي انسان خپل ځان، خداى او نړۍ په واقعي توګه وپېژني د پوهې په ترلاسه كولو سره انسان كولى شي د خداى خلافت درجې ته ورسيږي. نو د هر انسان لپاره اړينه ده چې د لازمې پوهې په ترلاسه كولو سره ځان، نړۍ او خداى وپيژني. د پوهې ترلاسه كولو په منظور د مفاهيمو او مضامينو د نسخو موجوديت يا په بله ژبه د درسي كتابونو شتون دغه پروسه بشپړه او ګټوره كولى شي ځكه درسي مواد په تدريسي برنامو كې د مثلث يو راس ګڼل كيږي او نه موجوديت يې دغه پروسه تر پوښتنو لاندې راوستلى شي.

ادعا كوم چې د كابل پوهنتون ساينس پوهنځى له دې اړخه خپلې ستونزې تر ډېرې هوارې كړې. د دې ترڅنګ چې درانه استادان درسي كتابونه برابروي، زرغون د څېړنې او ژباړې ملي مركز چې د ۱۳۹۱ كال د فارغينو په هڅو جوړ شوى، دغه كتابونه په موازې توګه له يوې ملي ژبې څخه بلې ملي ژبې ته اړوي او په دې توګه د محصلينو ستونزو ته د كتاب په حواله د پاى ټكى ږدي. دغه ملي مركز چې دم ګړۍ يې انتخابي او دوره اى مشر ښاغلى انجنير مطيع الله هوتک دى،د دې پوهنځي اكثر درسي كتابونه وژباړل او په پام كې لري چې د نورور پوهنځيو درسي او ممد درسي كتابونه هم ملي ژبو ته واړوي. او په دې توګه دغه مركز دا شعار چې وېل كېدل به((په تعليمي او تحصيلي برخو كې د ژبو انډول غواړو!)) په عمل كې پياده او په خپلو هڅو يې هغه بې اساسه او محض شعاري حركتونه چې په دې حواله يې د قومونو ترمنځ درزونه ايجادول، محوه او منشنت كړل.

زه د ساينس پوهنځي استاد او رئيس په توګه د دې مركز په هر غړي وياړم او هڅې يې ستايم ځكه دوى په دې كار سره هم خپل اسلامي او اخلاقي مسوليت په ښه توګه ترسره كوي او هم د محصلينو جدي ستونزې چې د كتاب او درسي موادو په اړه دي هوارې كوي. دوى ته د ژوند په ټولو برخو په ځانګړې توګه علمي او تعليمي برخه كې د موفقيت او كاميابۍ استدعا كوم. سپارښتنه مې درنو لوستونكو ته دا ده چې د كتابونو په لوست سره پوهه ترلاسه او ځان د انسانيت لوړو مدارجو ته ورسوي.

بريالي او كامياب اوسئ!

پوهاند دوكتور محمد عارف تنيوال

د كابل پوهنتون د ساينس پوهنځي رئيس

سریزه

عمومي فزيک معمولاً او اصولاً د فزيک پوهې په ابتدايي او اساسي مفاهيمو راڅرخي چې په تاريخي ډول لـه ميخانيـک څخـه راپيليږي. کلاسيک ميخانيـک او يـا د نيـوټن ميخانيـک د فزيک څانګې تر ټولو پخوانۍ څانګې ده چې د نيوټن او ګاليله د نومونو سره نه شليدونکی تړاو لري. دغه فزيک د مکرو نړۍ قوانين کشف او د طبيعت ډيري پديدې يې تشريح او تفسير کړې ان ويلی شو چې د مکرو نړۍ فزيکي شيما يې مجسمه کړه. ميخانيک د بشري مدنيت په وده، د ماشيني توليد د کچې ډيروالي او د بيلابيلو وسايلو په جوړولو سره يې د انساني کارونو په وده ورکولو کې مهم رول لوبولی. په دې کتاب کې د عمومي فزيک مبادي او اساسات راټول شوي چې مجموعاً په اتو څپرکو کې رانغښتل شوي. لومړی څپرکی د وکتوري او فزيکي کميتونه د اندازه نيونې مبحث دی چې ياده موضوع د فزيک پوهې اساس جوړوي. دويم څپرکی حرکتونه په بر کې لري چې د مثال په توګه، مستقيم الخط منظم او غير منظم حرکتونه، د سرعت او تعجيل مفاهيم، پرتابي حرکتونه او دايروي حرکتونه يادولی شو. دريم څپرکی له قوې څخه خبرې کوي چې، د قوې مفهوم، د نيوټن قوانين او پلي کول يې، په دايروي حرکتونو کې قوه، د کپلر قوانين، د نيوټن د جاذبې قوه او تطبيق يې، اصطکاک او د اصطکاک قوه يې عمده مباحث دي. په څلورم څپرکي کې کار، انرژي او مومنتم تشريح او توضيح شوي او لاندې عنوانونه پکې شامل دي: کار، د کار ډولونه، انرژي، د قوې ضربه، مومنتم او د اجسامو ټکر. په پنځم څپرکي کې اهتزازي حرکتونه بيان شوي. په شپږم څپرکي کې د مايعاتو او ګازاتو د ستاتيک په اړه بحث شوی او په مايعات او ګازاتو کې د فشار توزيع، د ارشيمدس قانون او کارونې يې، د بايل او ماريوت قانون، د مايعاتو او ګازاتو تراکم او د مايعاتو سطحي کشش يې شامله موضوعات دي. په اووم څپرکي کې د مايعاتو او ګازاتو ديناميک ليکل شوی چې د مايعاتو او ګازاتو جريان، د ستوک قانون، د برنولې قانون او پلې کول يې او د هاګن پايزولې قانون پکې شامل دي. په اتم څپرکي کې د تودوخې په اړه خبرې شوي او اړونده مفاهيم يې عبارت دي: د تودوخې مفهوم او د تودوخې اندازه نيونه، د اجسامو انبساط، د تودوخې مقدار، د اجسامو د حالت بدلون، د تودوخې ليږد او د ترموديناميک قوانين. په دې کتاب کې د عمومي فزيک پر موضوعاتو په عمومي او ځغلنده توګه بحث شوی او د عمومي فزيک هغه موضوعات چې د نورو پوهو په فهم او درک کې اړين دي په بر کې لري چې د ساينس پوهنځی او نورو پوهنځيو محصلينو او ليوالو کسانو ته يې وړاندې کوو.

ليکوالان

د ژباړن خبرې

د لوی خدای شکرونه ادا کوم چې د دې کتاب د ژباړې لپاره یې پر ېمانه حوصله راوبښله، دا کتاب کلونه مخکې پوهاند عبدالظاهر ستانيزي او پوهنمل فریبا احدیار په دري ژبه لیکلی او خپور کړی وو. دغه کتاب سربیره په دې چې په ساینس پوهنځی کې یو تدریسي کتاب دی په ګڼو نورو خصوصي او حکومتي پوهنځیو او پوهنتونو کې هم عملآ تدریس کېږي له همدې وجهې مې دا کتاب د خپل ځاني ذوق له مخې پښتو ملي ژبې ته راواړوو.

له راشد استاد پوهاند ستانیزي څخه مننه کوم چې د دې کتاب د ژباړې پر مهال یې موثرې لارښوونې راته کولې او د خپل راسخ ملګري محمد افضل ذاکر څخه هم مننه کوم چې کتاب ته یې د کتاب بڼه ورکړه او په دې برخه کې د پوره همکاریو لپاره راسره دریدلی.

له انسان څخه د خپل انسانیت د ثبوت لپاره په غیر شعوري ډول تېروتنې کېږي، نو که د کتاب په کتو کې له داسې ځاینو سره مواجه کېدی چې له معیارونو سره مغایر وو حتمي یې راسره شریکوئ تر څو تاسې هم د دې کار په کړو سره نیک ګام اخیستي وي او د جاریه صدیقي نیک کام در په برخه شي.

ستاسې خادم

انجنیر مطیع الله هوتک

زرغون د څېړنې او ژباړې مرکز

دوی د افغانستان زرغونیدا غواړي

تاریخ ته له مراجعې وروسته جوتیږي چې د اروپا علمي غورځنګ له ژباړې پیل شوی او په دې توګه او سني علمي مقام ته رسیدلی. علوم په ځانګړې جغرافیه او یوه نه یوه ژبه کې تولیدیږي، نور هیوادونه او نورې ژبې یې د ګټنې لپاره ژباړي. علمي او مسلکي ژباړه ستونزمن کار دی ځکه په دواړو ژبو د پوهیدا سربیره مسلکي فهم هم غواړي. دې ستونزمن کار ته د انجنیر مطیع الله هوتک په مشرئ، زرغون څیړنې او ژباړې مرکز اوږه ورکړې، دوی واقعا د ستایلو او په دې کار کې موفق دي.

انساني علوم د یوه هیواد د معرفت خو طبیعي علوم یې د قوت سبب کیږي، که چېرې د طبیعي علومو په برخه کې د زرغون څیړنې او ژباړې مرکز په څېر نور حقیقي او حقوقي اشخاص دا شان ایماني هڅې وکړي نو د زرغون افغانستان خوب به تعبیر و مومي.

له ستر او ځوانیمرګ ریاضي پوه آبل څخه د هغه د سریع پرمختګ پوښتنه وشوه، ځواب یې دا و چې ما د ریاضي برخې د سترو علماوو آثار لوستي دي. له دې څخه په اقتباس زما توصیه دا ده که د درسي کتابونو د ژباړې ترڅنګ د هرې برخې د سترو پوهانو آثار وژباړل شي په دې سره به مونږ د آبل، اینسټاین او هاوکینګ په څېر افغان پوهان ولرو.

په همدې هیله

محمد نذیر خروټی

د اروزګان ولایت والي

ليکلړ

سرليک	مخګڼه

لومړی څپرکی
د فزيکي او وکتوري کميتونو اندازه نيونه

اندازه نيونه..1
د طول، کتلې، وخت او زاويې اندازه نيونه..............................1
د کتلې اندازه نيونه..6
د وخت اندازه نيونه..7
د زاويې اندازه نيونه..7
د اساسي واحداتو سيستم..8
سکالري او وکتوري کميتونه..9
د وکتورونو جمع، تفريق او ضرب......................................10
په مرکبو باندې د وکتورونو تجزيه.....................................17
پوښتنې...21

دويم څپرکی
حرکتونه

د حرکت مفهوم..14
منظم مستقيم الخط حرکت او د سرعت مفهوم...........................26
غير منظم مستقيم الخط حرکت او د تعجيل مفهوم........................27
ثابت تعجيل لرونکی غير منظم مستقيم الخط حرکت.......................29
د اجسامو آزاد سقوط...33
د مايلې سطحې پرمخ حرکت...36
پرتابي (ګوزاريدونکي) حرکتونه..39
دايروي حرکت...50
پوښتنې...59

دريم څپرکی
قـوې

د قوې مفهوم..67

د قوې اندازه کول...67
د نيوټن قوانين...68
د کتلې او وزن مفهوم...73
په دايروي حرکتونو کې قوه..78
د کپلر قوانين او د نيوټن جاذبه قانون............................87
د نيوټن جاذبې قانون کارونه......................................91
اصطکاک او د اصطکاک قوې.......................................94
پوښتنې..101

څلورم څپرکی

کار، انرژي او مومنتم

کار..105
د کار ډولونه...107
انرژي..113
د انرژي تحفظ قانون..114
د قوې ضرب او مومنتم..118
د مومنتم تحفظ قانون...119
د اجسامو ټکر...122
پوښتنې..133

پنځم څپرکی

هارمونيکي اهتزازونه

اهتزازونه...137
رقاصې...141
د يوه هارمونيکي اهتزازي سيستم انرژي........................147
پوښتنې..149

شپږم څپرکی

د مايعاتو او ګازاتو ستاتيک

د مايعاتو او ګازاتو ځانګړتياوې..................................151
د مايعاتو او ګازاتو فشار، د جاذبې تر اغېزې لاندې...............152

په مایعاتو کې د ارشمېدس قانون..161
د اجسامو مخصوصه (ځانګړی) وزن او کثافت ټاکل...........................167
د مایعاتو او ګازاتو تراکم..171
د بایل او ماریوت قانون...172
د مایعاتو سطحي کشش..176
بروني مالیکولي حرکت، نفوذ او اسموس.....................................182
پوښتنې...185

اووم څپرکی

د مایعاتو او ګازاتو ډینامیک

د مایعاتو او ګازاتو جریان...189
لزوجیت او د ستوکس قانون...190
د برنولي قانون..194
د برنولي قانون تطبیق..198
د هاګن او پویزویلي قانون..201
پوښتنې...204

اتم څپرکی

تودوخه

د تودوخې مفهوم...205
د تودوخې درجه...206
د جامد او مایع اجسامو انبساط...210
د غازاتو انبساط...214
د تودخې مقدار او ځانګړې تودوخه...221
د اجسامو د حالت بدلون..226
د تودخې لیږد (انتقال)..235
د ترمو دینامیک قوانین..237
پوښتنې...241
اخذ لیکونه...244

لومړی څپرکی

د فزيکي کميتونو اندازه نيونه او وکتورونه

۱.۱ اندازه نيونه

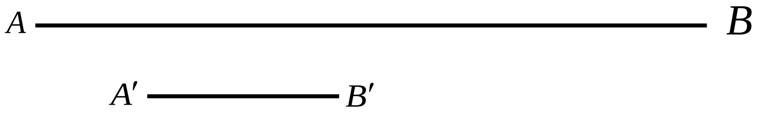
له دې چې فزيک په تجربو ولاړ علم دی؛ نو د يوه کميت د اندازه کولو لپاره تر ټولو دمخه بايد يو اړونده واحد ورته وټاکل شي، داسې چې دغه واحد په د خوښې وړ فزيکي کميت کې څو ، څو ځله شامل وي. واحدونه بايد داسې وټاکل شي، چې وخت او ځای ته په کتو تغير نه منونکي وي، يعنې د نړۍ په ګوټ، ګوټ کې يې خلک په مشابه ډول وکاروي په ميخانيک کې ټول فزيکي کميتونه له دريو بنسټيزو کميتونو (طول، کتله او وخت) څخه زېږېدلي. هغه د اندازې نيونې سيستم چې د اساسي کميتونو په واحداتو ولاړ وي د اندازه نيونې مطلقه سيستم نوميږي.

اوس غواړو بنسټيز کميتونه په مفصله توګه تر بحث لاندې ونيسو او اړونده واحدونه يې ورته وټاکو.

۲.۱. د طول، کتلې، وخت او زاويې اندازه نيونه

۱. د طول (اوږدوالي) اندازه نيونه

د يوه فزيکي کميت اندازه نيونه د اړونده کميت له واحد سره يې پرتله کولو ته وايي، يعنې په يوه فزيکي کميت کې چې اندازه يې غوښتل شوې وي، څو واحده اړونده کميت يې په ځان کې رانغاړلي دي. د ساري په توګه د $A\overline{B}$ طول د اندازه نيولو لپاره، بايد هغه د يوه قطعه (ټوټه) خط $\overline{A'B'}$ له اوږدوالي سره چې واحد طول لري پرتله کړو؛ نو اوس A' نقطه له A نقطې سره منطبق کوو، لکه لاندې (۱) شکل، وينو چې $A'B'$ څو ځله په AB کې نغښتی دی.

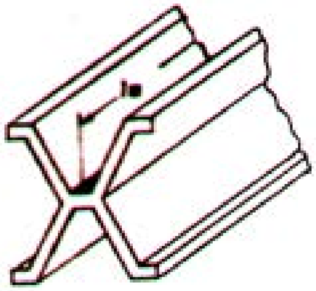


(1) شکل

د طول هندسي مفهوم د دوو ټکو تر منځ واټن ته وايي، د طول په پېژندلو او درلودلو سره کولی شو د بېلابېلو اجسامو مساحت، حجم او په فضا کې يې موقيعت پيدا کړو، د نړۍ ټول خلک متر د طول (اوږدوالي) واحد په توګه پېژني.

يو متر طول، د ځمکې کرې نصف النهار $\frac{1}{40000000}$ مه برخه ده يا يو متر د ځمکې کرې استوا کرښې او قطب ترمنځ د $\frac{1}{10000000}$ مې برخې سره مساوي دی.

اصلي متر له 90% پلاتين او 10% ايريديم څخه جوړ شوی دی، لکه لاندې (۲) شکل. د متر لپاره يې لاندې شکل په دې غوره کړی ترڅو د شکل له بدلون او انحنا څخه يې ساتنه وشي، د وخت په تېرېدو سره احتمالاً د اصلي متر اوږدوالي تغير مومي، ځکه د اصلي متر ميلې د کرستالونو ساختماني بدلون له امله يې اوږدوالی هم بدلون کوي.



(2) شکل

نو له همدې وجهې د معياري متر طول د الکترومقناطيسي څپو د يوې څپې له اوږدوالي سره پرتله کوي، څو له دې شان بدلونونو څخه مستثني وي.

په همدې پلمه د کرپتون 86 (Kr^{86}) څپې اوږدوالی کاروي؛ نو يو متر د Kr^{86} څپې اوږدوالي له 1650763.73 چنده سره مساوي دی، يعنې:

$$1\,m = 1650763.73\,\lambda_{Kr}$$

دلته λ_{Kr} د Kr^{86} څپې اوږدوالی ښيي، د متر اضعاف او اجزا عبارت دي له:

$1\,Terameter = 10^{12}\,m$	$1\,Mililmeter = 10^{-3}\,m$
$1\,Gigameter = 10^{9}\,m$	$1\,Micrometer = 10^{-6}\,m$
$1\,Megameter = 10^{6}\,m$	$1\,Nanometer = 10^{-9}\,m$
$1\,Kilometer = 10^{3}\,m$	$1\,Picometer = 10^{-12}\,m$
$1\,Hectometer = 10^{2}\,m$	$1\,Femtometer = 10^{-15}\,m$
$1\,Dekameter = 10^{1}\,m$	$1\,Attometer = 10^{-18}\,m$
$1\,Dicimeter = 10^{-1}\,m$	$1\,Angstrom = 10^{-10}\,m$
$1\,Centimeter = 10^{-2}\,m$	$1\,Femi = 10^{-13}\,m$

د متر اضعاف عبارت له: تيرامتر، ګيګامتر، ميګامتر، کيلومتر، هکتومتر او ديکا متر څخه دي.

د متر اجزا په لاندې ډول دي: ديسي متر، سانتي متر او ملي متر.

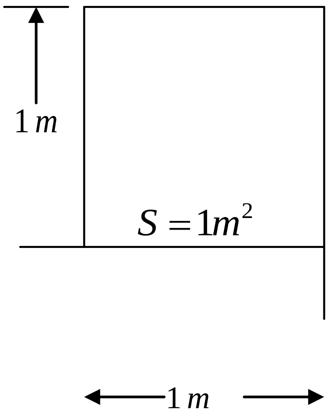
د ډېرو وړو طولونو لپاره له ځينو وسايلو لکه کمپاس $(Calipers)$، ميکرومتر او داسې نورو څخه کار اخلي، د طول اندازه نيوني او واحداتو څخه په ګټه اخيستنې سره کولی شو د اجسامو مساحت او احجام په ډېره آسانۍ ترلاسه کړو، چې لاندې يې هر يو په مفصله توګه تر بحث لاندې نيسو.

الف. د سطحې اندازه نيونه

د سطحې معياري واحد مترمربع m^2 دی، او دا د هغې مربع مساحت ښيي چې د اضلاعو طول يې يو متر وي لکه (3) شکل، د سطحې غټ غټ واحدونه بيا آر (Ar) او هکتار (H) دي چې:

$$1\,Ar = 10^2\,m^2$$

$$1H = 10^4\,m^2$$



(۳) شکل

د سطحې کوچني واحدونه عبارت دي له:

$1dm^2 = 10^{-2} m^2$

$1Cm^2 = 10^{-4} m^2$

$1mm^2 = 10^{-6} m^2$

د هغو سطحو مساحت چې منظم هندسي شکل لري، کولي شو د هندسي قواعدو په اساس ترلاسه کړو، د ساري په توګه:

د دايرې مساحت مساوي ده په $S = \pi r^2$ چې دلته r د دايرې شعاع ښيي.

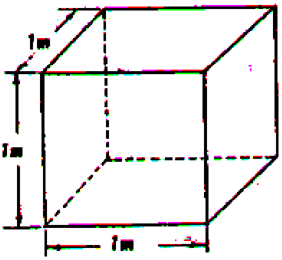
د مثلث مساحت مساوي دی په: ارتفاع × قاعده $\frac{1}{2}$ = S

د مستطيل مساحت عبارت دی له: طول × عرض = S

هغه اجسام او اشکال چې منظم هندسي شکل نلري، مساحت يې د *planemeter* په نامه وسيلې څخه لاسته راوړي.

ب. د حجم اندازه نيونه

هغه فضا چې يو جسم يې د خپلو اړونده حدي سطحې پواسطه نيسي، د هماغه جسم حجم په نامه يادېږي، د حجم معياري واحد مترمکعب (m^3) دی او دا د هغه مکعب حجم دی چې د اضلاعو طول يې يو متر وي. په بله ژبه هغه مکعب چې د قاعدې سطحه يې يو مترمربع او ارتفاع يې يو متر وي، د يوه مکعب حجم لري، لکه (۴) شکل.



(۴) شكل

د حجم وړوکی واحد ديسي مترمكعب (dm^3) دی او دا د هغه جسم حجم افاده كوي، چې د اضلاعو طول يې $1\,dm$ وي، يو ديسي مترمكعب $1\,dm^3$ حجم د يوه ليتر $(1Liter)$ پنامه هم يادوي، يعنې:

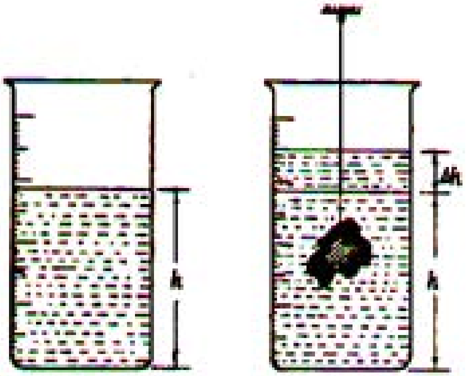
$1\,dm^3 = 1\,Liter$

يو سانتي متر مكعب بيا د يوه سي، سي $(1CC)$ يا يوملي ليتر پنامه هم يادولی شو، يعنې:

$1\,Cm^3 = 1\,CC = 1\,mLiter$

هغه اجسام چې منظم هندسي شكل ولري، احجام يې د هندسي قواعدو په اساس ترلاسه كوو؛ د ساري په توګه د يوې كرې حجم چې شعاع يې r وي له $v = \frac{4}{3}\pi r^3$ سره مساوي كيږي؛ دا سې جسمونه هم شته چې منظم هندسي شكل نه لري؛ نو د دې ډول جسمونو حجم په لاندې طريقو ترلاسه كوو:

۱. په يوې درجه لرونكې استوانه كې ي دا سې يوه معين مقدار مايع چې ياد جسم په ځان كې حل نه كړي؛ اچوو. فرضاً په استوانه كې د دغې مايع ارتفاع h وي. لكه لاندې (5) شكل.



(۵) شكل

که یو جسم چې باید حجم یې ترلاسه شي، په دغې درجه لرونکي استوانه کې چې په cm^3 او dm^3 درجه بندي شوي وي، واچول شي. نو په یاده استوانه کې مایع د Δh په اندازې سره راپورته کېږي، دغه د ارتفاع تو پیر ته د پام وړ جسم حجم وايي.

۲. جسم لومړی په هوا کې وزن کوو او قیمت یې لیکو، وروسته بیا همدغه جسم په اوبو کې اچوو او وزن یې ترلاسه کوو، نو په دغو دوو اندازه نیونو کې د یاد جسم د وزن له تفاوت او تناقص سره مخ کېږو، همدې تناقص ته د یاد جسم حجم وایي.

د مثال په توګه: که د یوه جسم وزن په اوبو کې د $50gr^*$ ګرام وزن په اندازه کم شي، په دې صورت کې د دې جسم حجم له $50\ cm^3$ سره مساوي دی.

۲. د کتلې اندازه نیونه

په یوه جسم کې د شته مادي ذرو مجموعې ته د هماغه جسم کتله وایي چې د فضا یوه برخه یې هم نیولې وي. یا په بل عبارت د یوه جسم کتله هغه مادي ذرې دي چې نو موړی جسم ترېنه جوړ شوی وي، کتله د اجسامو عطالتې څانګړنه ده او یو ثابت کمیت دی.

د تېزو اجسامو کتلې د $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ معادلې پر اساس بدلون مومي چې په پورته

معادله کې m_0 د جسم سکون حالت کتله، v د جسم سرعت او c د نور سرعت دی، د کتلې واحد کیلو ګرام (Kg) دی او یو دیسي مترمکعب $(1dm^3)$ خالصې اوبه په $4\ C^0$ تودوخې درجه کې یو کیلو ګرام کتله لري.

$1gr = 10^3 mgr$

د کتلې غټ واحد ټن $Tonn$ دی او $1Tonn = 10^3 Kg$ کېږي.

د پلاتین او ایریدیم مخلوط څخه یوه جوړه شوې استوانه چې یو کیلو ګرام کتله لري د کتلې واحد په توګه د اوزانو په موزیم کې ساتل شوېده، کتله کولای شو په ډول ډول تلو کې اندازه کړو، د تلې په مرسته د دوو وزنونو مساوي والی په لاس راوړو او له همدې څخه یې بیا کتله موندلای شو، کتله د یو حجم په واحد کې او یا هغه شمېر ماده چې د جسم په واحد حجم کې موجوده وي د هماغه جسم کثافت په نوم یادیږي، او هغه په ρ سره ښیو چې $\rho = \frac{m}{V}$ کېږي.

دلته m کتله او V د جسم حجم دی، د کثافت واحد $\frac{Kg}{m^3}$ او $\frac{gr}{cm^3}$ دی.

د یوه جسم ځانګړی وزن د همدې جسم د وزن فی واحد حجم څخه عبارت دی چې د مخصوص (ځانګړي) وزن په نوم یادېږي او په d سره ښودل کیږي.

$$d = \frac{W}{V} = \frac{mg}{V}$$

g د ځمکې جاذبه تعجیل دی، په فزیک کې د ځانګړي وزن واحد $\frac{Kg^*}{m^3}$ او $\frac{gr^*}{Cm^3}$ دی، چې Kg^* ته کیلوګرام وزن او g ته ګرام وزن وایي، د ځانګړي وزن او کثافت تر منځ اړیکه په لاندې ډول ده: $d = \rho g$

۳. د وخت اندازه نیونه

د وخت اندازه کولو لپاره باید هغه پېښې په پام کې ونیسو چې په منظمه توګه را منځته کېدونکې وي، پخپله وخت هم د دوو طبیعي پېښو، پېښېدلو تر منځ له واټن څخه عبارت دی.

د وخت واحد ثانیه ($Second$) دی او یوه ثانیه بیا د یوې منځنۍ لمریزې ورځې $\frac{1}{86400}$ برخه کیږي، یوه منځنۍ لمریزه ورځ له هغه وخت څخه عبارت ده چې ځمکه پکښې د خپل محور پر شا وخوا یو بشپړ دوره ووهي. یوه منځنۍ لمریزه ورځ یې په 24 ساعتونو چې هر ساعت 60 دقیقې او هره دقیقه یې 60 ثانیې کیږي، ویشلې ده. یوه ریښتینې لمریزه ورځ له هغه وخت څخه عبارت ده چې لمر پکښې د یوې سیمې له نصف النهار څخه دوه ځلې په پرله پسې ډول تېر شي او یا هم د لمر د دوو لوړو موقعیتونو تر منځ له وخت څخه عبارت دی. څرنګه چې ځمکه د یوه کال په موده کې خپل بیضوي مسیر د لمر په شاوخوا په مختلفو سرعتونو سره وهي. نو ریښتنې لمریزه ورځ ثابته نه ده او له همدې کبله یې منځنۍ لمریزه ورځ غوره کړېده. هغه آله چې وخت پرې اندازه کوو ګړی (ساعت) نومیږي.

۴. د زاويې اندازه نیونه

په فزیک کې زاویه پر دوه ډوله ده چې یوه یې مستوي زاویه او بله یې فضایي زاویه ده. مستوي زاویه د دایرې د شعاع او د قوس اوږدوالي له مخې په لاندې ډول تعریف کیږي:

$$\alpha = \frac{\text{د قوس اوږدوالی}}{\text{د دایرې شعاع}}$$

که د (6) شکل له مخې د دایرې قوس اوږدوالی په S او شعاع یې په r وښیو؛ نو د a زاویه عبارت ده له:
$$\alpha = \frac{S}{r}$$

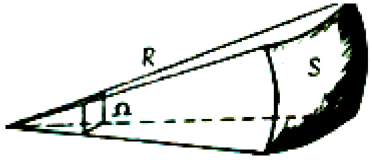
زاویه واحد نه لري؛ خو د اړتیا پر اساس یې د مستوي زاویې واحد رادیان $(Radian)$ ټاکلی دی، رادیان هغه زاویه ده چې د مخامخ قوس اوږدوالی یې د دایرې له شعاع سره مساوي وي. د مستوي زاویې بل واحد درجه (0) ټاکلې ده چې:

$$1^0 = \frac{1}{360}\frac{\text{د دایرې محیط}}{\text{د دایرې شعاع}}$$

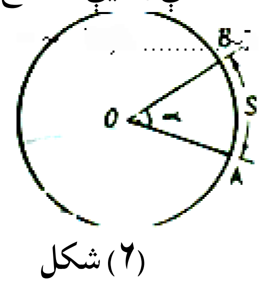
$$= \frac{1}{360}\frac{2\pi\, r}{r}$$

$$= 0.01745\ Rad$$

د کرې سطحې او د شعاع مربعې تر منځ نسبت $\Omega = \frac{A}{r^2}$ ته فضایي زاویه وایي. فضایي زاویه په Ω سره ښيي لکه په (7) شکل کې. د فضايي زاویې واحد ستې رادیان $(Steradian)$ دی. او په یوې کره کې د هغې فضایي زاویې څخه عبارت ده چې د مساحت له پلوه د هماغې زاویې مخامخ ټوټې سطحه د کرې شعاع له مربعې سره مساوي وي.



(۷) شکل



(۲) شکل

۵. د اساسي واحداتو سیستم

مخکې مو ولوستل چې اوږدوالی، وخت او کتله د میخانیک اساسي کمیتونه دي. نو که چیرې د اوږدوالي واحد سانتي متر (Cm)، د کتلې واحد ګرام (gr) او د وخت واحد ثانیه (Sec) وي. پر دغه حالت کې د اوږدوالي، کتلې او وخت اساسي کمیتونو سیستم د

(C,G,S) په نوم يادېږي.که چېرې د اوږدوالي واحد متر (m) ، د کتلې واحد کيلوګرام (Kg) او د وخت واحد ثانيه وي نو پر دغه حالت کې د اوږدوالي، کتلې او وخت اساسي کميتونو سيستم د (M,K,S) واحداتو سيستم نوميږي.

۳.۱. سکالري او وکتوري کميتونه

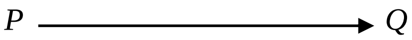
هر هغه شی چې د اندازه کولو وړتيا ولري په فزيک کې يې د کميت په نوم يادوي، په فزيک کې کميتونه پر دوه ډوله وکتوري($Vector$) او سکالري کميتونو وېشل شوي.

۱. سکالري کميتونه

سکالري کميتونه هغه کميتونه دي چې د يوه حسابي عدد او يا هم يوه معياري واحد پواسطه د ښودلو وړ وي، په بل عبارت سکالري کميتونه يوازې مقدار لري لکه کتله، حجم، کثافت، وخت، د تودوخې درجه او نور.

۲. وکتوري کميتونه

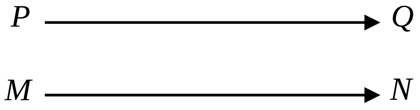
هغه کميتونه چې د مقدار او معياري واحد برسېره جهت او د تاثير نقطه هم ولري د وکتوري کميتونو په نوم يادېږي. په بل عبارت وکتوري کميتونه مقدار او جهت لري. د يوه وکتوري کميت د پيژندلو لپاره د تاثير نقطې مقدار او جهت اړين شرطونه دي، د مثال په توګه که چيرې وو ايو چې د جسم پر يوې نقطې قوې اغېزه کړې او هغه ته يې په خپل جهت کې د ځای بدلون ورکړی وي؛ نو دلته موضوع کاملاً روښانه ده؛ خو که چيرې وو ايو چې د جسم پر يوې نقطې قوې عمل کړی او نوموړې ته يې د ځای بدلون ورکړی نو پر دغه حالت کې موضوع روښانه نده ، ځکه چې د ځای بدلون جهت او يا د عاملې قوې جهت څرګند ندی او د نوموړې قوې د عمل پواسطه کولای شو جسم ته په هماغه واټن کې په څو جهتونو کې د ځای بدلون ورکړو. نو د وکتوري کميت د لا ښه پېژندلو لپاره د جهت ښودنه اړينه ده. وکتوري کميتونه د تير علامې $(\rightarrow)$ په مرسته ښيي، هر هغه جهت لرونکی قطعه خط چې د پيل نقطه، د پای نقطه او مقدار ولري، د وکتور په نوم يادېږي لکه په (8) شکل کې د $\vec{PO}$ جهت لرونکی ټوټه خط په پام کې نيسو چې p د وکتور مبداء (پيل)، Q د وکتور پای او $|\vec{PO}|$ د وکتور مقدار دی، وکتور کولای شو په يو حرف (توري) سره هم وښيو.



(8) شکل

مساوي وکتورونه

دوه موازي او هم جهته وکتورونه چې مساوي مقدار ولري د مساوي وکتورونو په نوم یادیږي. په (9) شکل کې د $\vec{PO}$ او $\vec{MN}$ وکتورونه سره مساوي دي، یعنې:

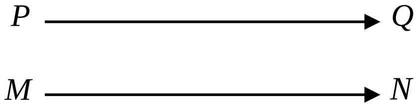


(9) شکل

$$\vec{PQ} = \vec{MN}$$

متقابل وکتورونه

دوه مخالف الجهته وکتورونه چې موازي او يو شان مقدار ولري د متقابل وکتورونو په نوم یادیږي په (10) شکل کې $\vec{PO}$ او $\vec{MN}$ متقابل وکتورونه دي یعنې:



(10) شکل

$$\vec{PQ} = -\vec{MN}$$

۳. متقاطع وکتورونه

که چیرې دوه وکتورونه په خپلو کې سره یوه کیفي زاویه جوړه کړي؛ نو پر دغه حالت کې متقاطع وکتورونه نومیږي.

۴.۱ د وکتورونو جمع، تفریق او ضرب

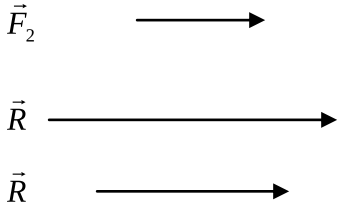
۱. د وکتورونو جمع : د وکتورون جمع کولو لپاره څو طریقې شتون لري، چې دلته یې هره یوه لولو.

الف: د $\vec{F_2}$ او $\vec{F_1}$ دوه وکتورونه په موازي او هم جهت ډول په پام کې نیسو لکه په (11) شکل کې. پر دغه حالت کې د نوموړو دوو وکتورونو محصله $\vec{R}$ دیادو وکتورونو د جمعې له حاصل سره مساوي ده. یعنې:

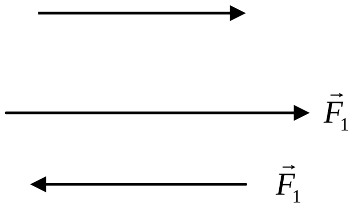
$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} \qquad (1-1)$$

که چېرې نو موړي وکتورونه مخالف الجهته وي؛ نو د (12) شکل پر اساس يې محصله $\vec{R}$ ، $\vec{F_1}$ او $\vec{F_2}$ وکتورونو د تفريق له حاصل سره مساوي ده.

$$\vec{R} = \vec{F_1} - \vec{F_2} \qquad (2-1)$$



(11) شکل



(12) شکل

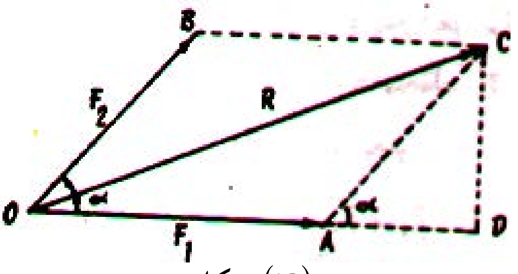
په دغه حالت کې د محصله وکتور جهت د لوی وکتور له جهت سره يو شان وي.

ب. که چيرې $\vec{F_1}$ او $\vec{F_2}$ وکتورونه د (13) شکل په څېر خپلو کې سره د a يوه کيفي زاويه جوړه کړي؛ نو دلته لومړی د دغو دوو وکتورونو د جمع کولو لپاره د $OACB$ متوازي الاضلاع رسموو چې د $\vec{F_1}$ او $\vec{F_2}$ وکتورونو څخه لاسته راځي، يعنې د $\vec{F_2}$ وکتور په پای کې د BC وکتور د $\vec{F_1}$ وکتور ته مساوي او موازي او د $\vec{F_1}$ وکتور په پای کې د $\vec{F_2}$ وکتور ته مساوي او موازي د AC وکتور رسموو.

د دغې متوازي الاضلاع لوی قطر يعنې $\vec{R} = \vec{OC}$ د $\vec{F_1}$ او $\vec{F_2}$ وکتورونو له محصلې څخه عبارت دی، يعنې:

$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

د محصله وکتور $\vec{R}$ مقدار په لاندې ډول په لاس راوړو.



(13) شکل

د ODC قايم الزاويه مثلث څخه لرو.

$$R^2 = OD^2 + DC^2$$

$$= (OA + Ad)^2 + DC^2$$

$$= OA^2 + AD^2 + 2\,OA\,AD + DC^2 \qquad (3-1)$$

د ADC قايم الزاويه مثلث څخه لرو :

$$DC^2 = AC^2 - AD^2 \qquad (4-1)$$

$$AD = AC\,Cos\alpha \qquad (5-1)$$

د $(3-1)$ ، $(4-1)$ او $(5-1)$ اړيکو له پرتله کولو څخه موندلای شو :

$$R^2 = OA^2 + AD^2 + 2OA\,AD + AC^2 - AD^2$$

$$= OA^2 + AC^2 + 2OA\,AC\cos\alpha$$

دا چې $OA = F_1$ او $AC = F_2$ دی؛ نو :

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2\,F_1F_2\,Cos\alpha$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2\,F_1F_2\,Cos\alpha} \qquad (6-1)$$

لنډيز

۱. کـه چيـرې د $\vec{F}_1$ او $\vec{F}_2$ وکتورونـه پـر يـو او بـل عمـود وي. يعنـې پـه خپـل منـځ کـې د $\alpha = 90^0$ زاويه جوړه کړي؛ نو $Cos\,90^0 = 0$ کيږي، له $(6-1)$ اړيکې څخه لرو.

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

۲. کـه چيـرې د $\vec{F}_1$ او $\vec{F}_2$ وکتورونـو تـر منـځ زاويـه صـفر درجې وي پـر دغـه صـورت کـې $Cos\,0^0 = 1$ کيږي نو له $(6-1)$ اړيکې څخه لرو.

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2\,F_1F_2}$$

$$= \sqrt{(F_1 + F_2)^2}$$

$$= F_1 + F_2$$

وروستۍ اړيکه له $(1-1)$ معادلې سره مساوي ده.

۳. کـه چېـرې د $\vec{F}_1$ او $\vec{F}_2$ وکتورونـو تـر مـنځ زاويـه 180 وي ،دا چې $Cos\,180^0 = -1$ کيږي نو له (6 – 1) اړيکې څخه لرو :

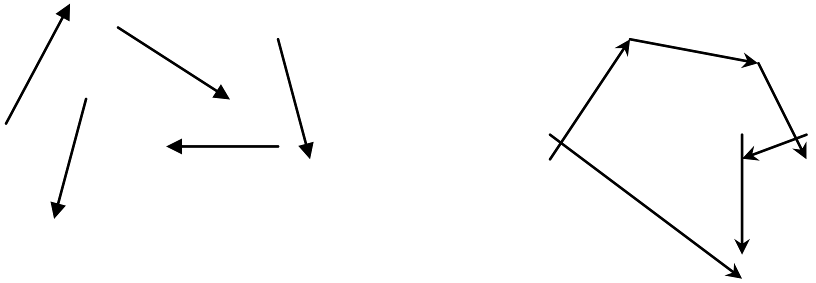
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2}$$

$$R = \sqrt{(F_1 - F_2)^2}$$

$$R = F_1 - F_2$$

پورتنۍ اړيکه له (2 – 1) اړيکې سره مساوي ده.

ج.د (14) شکل په څېر څو دانې وکتورونه پـه پـام کې نيسـو او غـواړو چې د هندسي جمعې حاصـل يې پـه لاس راوړو. د نومـوړو وکتورونـو د هندسي جمعـې مونـدلو لپـاره لومړی د فضا په يوې نقطه يعنې O کې د $\vec{a}$ وکتور سره موازي او مسـاوي يـو وکتـور بيـا د $\vec{a}$ وکتور په پای کې



الف (ب)

(14) شکل

له $\vec{b}$ وکتور سره يو مساوي او موازي وکتور او د $\vec{b}$ وکتور په پای کې له $\vec{c}$ وکتـور سره مساوي او موازي يو وکتور رسموو او همدا عمليه تر پايه پورې تر سره کوو ، پـه پايلـه کې د لومړني وکتور يعنې $\vec{a}$ مبداء د وروستي وکتور يعنې $\vec{e}$ وکتور له پای سره نښلوو چې $o\vec{e} = R$ د نوموړو وکتورنو له محصلې څخه عبارت ده لکه په 14(ب) شکل کې:

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} \qquad (7 - 1)$$

مثال: د يو پر بل عمود دوو وکتورونـو محصـله $R = 10\sqrt{2}$ واحد ده. د هـر يـو وکتـور مقدار په لاس راوړی.

حل:

$$R=\sqrt{F_1^{\,2}+F_2^{\,2}+2\,F_1\,F_1\;Cos\alpha}$$

$$R=\sqrt{2\,F^{\,2}}=F\sqrt{2}\qquad,\quad F_1=F_2=F$$

$$10\sqrt{2}=F\sqrt{2}$$

$$F=10$$

پوښتنه: دوې مساوي قوې پر یوه جسم باندې اغېزه پرې باسي، که د نوموړو قوو ترمنځ زاویه 60^0 او محصله یې $20\sqrt{3}\ Kg^*$ وي؛ نو د هرې یوې قوې مقدار معلوم کړی.

ځواب: $F_1=F_2=20\ Kg^*$

مثال: د $F_1=50\ N$ او $F_2=30\ N$ دوو قوو محصله په لاس راوړئ چې لومړی یې ترمنځ زاویه 60^0 وي، او په دویم ځل یې ترمنځ زاویه 30^0 او 120^0 وي.

حل:

$$R=\sqrt{F_1^{\,2}+F_2^{\,2}+2\,F_1F_2\;Cos\;\alpha}$$

$$R=\sqrt{(50N)^2+(30N)^2+2\;50N\;30N\;Cos\,60^0}$$

$$R=70N$$

که زاویه 30^0 وي.

$$R=\sqrt{(50N)^2+(30N)^2+2\;50N\;30N\;Cos\,30^0}$$

$$R=77.9N$$

که زاویه 120^0 وي.

$$R=\sqrt{(50N)^2+(30N)^2+2\;50N\;30N\;C0s120^0}$$

$$R=43.6N$$

پوښتنه ـ که چېرې دوې مساوې قوې چې د هر يوې مقدار $30Kg^*$ او زاويه يې تر منځ 30^0 ده، په يوه جسم عمل وکړي نو محصله يې په لاس راوړئ.

ځواب: $57.7\,Kg^*$

۲. د وکتورنو تفريق

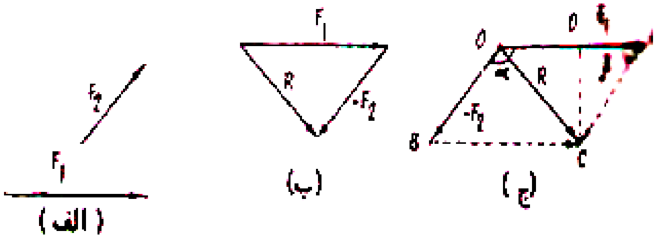
کله کله داسې اړتيا پيښيږي چې يو وکتور له بل وکتور څخه تفريق کړو. فرض کوو چې د (15-الف) شکل په څېر د $\vec{F}_1$ او $\vec{F}_2$ دوو ورکړل شوو وکتورونو د تفريق حاصل غوښتل شوی وي. ددې لپاره چې د $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$ تفريق حاصل په لاس راوړو؛ نو $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$ په $\vec{F}_1 + \left(-\vec{F}_2\right)$ شکل ليکو، چې د $\vec{F}_1$ او $-\vec{F}_2$ وکتورونو له جمعې حاصل څخه عبارت ده. که چېرې وغواړو $\vec{F}_1$ او $\vec{F}_2$ وکتورونه له يو او بل څخه تفريق کړو. لومړی د $\vec{F}_2$ وکتور ته په مخالف جهت کې بدلون ورکوو او بيا يې د $\vec{F}_1$ له وکتور سره جمع کوو لکه په (15 ب) شکل کې. چې $\vec{R} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$ يې محصله وکتور دی. د $\vec{R}$ محصله وکتور موندلو لپاره د $\vec{F}_1$ او $-\vec{F}_2$ دوو وکتورونو $OBCA$ متوازي الاضلاع رسموو. نو دلته وينو چې $\vec{F}_1$ او $-\vec{F}_2$ وکتورونو محصله د متوازي الاضلاع وړوکي قطر يعنې $\vec{OC} = \vec{R}$ څخه عبارت ده؛ نو:

د $\vec{R}$ وکتور مقدار موندلو لپاره د (15ج) شکل په څېر پر OA باندې د CD عمود رسموو؛ نو دلته د ODC قايم الزاويه مثلث څخه لرو:

$$R^2 = OD^2 + DC^2$$

$$R^2 = (OA - DA)^2 + DC^2$$

$$= OA^2 + DA^2 - 2\,OA\;DA + CD^2 \qquad (8-1)$$



(15) شکل

د ADC قایم الزاویه مثلث څخه لرو:

$$DC^2 = AC^2 - AD^2$$

$$Cos\,\beta = Cos\,(180 - \alpha) = \frac{DA}{AC}$$

له دې ځایه:

$$DA = -AC\,Cos\,\alpha \qquad (10 - 1)$$

د $(1-8)$ او $(1-10)$ معادلو له پرتله کولو څخه لرو.

$$R^2 = OA^2 + DA^2 - 2\,OA\,(-AC\,Cos\,\alpha) + AC^2 - DA^2$$

$$= OA^2 + AC^2 + 2\,OA\;AC\,Cos\,\alpha$$

دا چې $OA = F_1$ او $AC = -F_2$ کیږي؛ نو:

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2\,F\,F_2\,Cos\,\alpha$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2\,F_1F_2\,Cos\,\alpha}$$

$(1-11)$ اړیکه د $\vec{F_1}$ او $\vec{F_2}$ دوو وکتورونو د هندسي تفاضل محصلې مقدار ښیي.

۳. د وکتورونو ضرب

الف. په یوه سکالر کې د یوه وکتور ضرب: که چیرې $\vec{a}$ یو وکتور او n یو سکالر وي؛ نو د $\vec{a}$ او n ضرب حاصل د یوه دوهم وکتور یعنې $\vec{b}$ څخه عبارت ده چې مقدار یې د $\vec{a}$ وکتور مقدار n ځلې کیږي یعنې:

$$\vec{b} = n\,\vec{a}$$

که چیرې n مثبت وي د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ وکتورونه هم جهت او که n منفي وي؛ نو د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ وکتورونه مختلف الجهته دي.

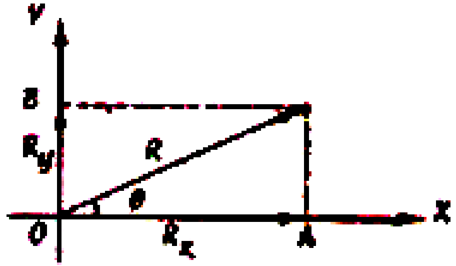
ب. د دوو وکتورونو سکالري ضرب: د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ دوو وکتورونو د ضرب حاصل له یوه سکالري کمیت څخه عبارت دی. سکالري ضرب د $(\bullet)$ علامې پواسطه ښودل کیږي یعنې:

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = a\,b\,Cos\,(a, b)$$

ج. د دوو وکتورونو وکتوري ضرب: د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ دوو وکتورونو د وکتوري ضرب حاصل د یوه دریم وکتور $\vec{c}$ څخه عبارت دی، داسې چې د $\vec{c}$ وکتور د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ پر وکتورونو عمود وي. د دوو وکتورونو ضرب د (X) علامې پواسطه ښودل کیږي، یعنې $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$، د $\vec{c}$ وکتور مقدار په لاندې ډول ورکول کیږي. $c = a\,b\,Sin\,(a, b)$

۵.۱ په مرکبو باندې د وکتورونو تجزیه

تر دې دمه پورې مو څو دانې وکتورونه سره یو ځای کړل او محصله مو یې په لاس راوړه، اوس غواړو چې یو محصله وکتور په مرکبو باندې تجزیه کړو. د دې لپاره داسې فرضوو چې $\vec{R}$ محصله وکتور د (x, y) قایمو مختصاتو په سیستم کې راکړل شوی وي، د $\vec{R}$ محصله وکتور مرکبو موندلو لپاره د (16) شکل په څېر X او Y محورونو باندې د $\vec{R}$ وکتور له پای څخه، په ترتیب سره دوه عموده رسموو. د X پر محور باندې د تقاطع عمود نقطه $OA = R_x$ او د y پر محور باندې د تقاطع عمودي نقطه $OB = R_y$ څخه عبارت دی.



(16) شکل

$\vec{R}_x$ او $\vec{R}_y$ په ترتیب سره د $\vec{R}$ وکتور افقي او عمودي مرکبې دي چې مقدار یې عبارت دی له:

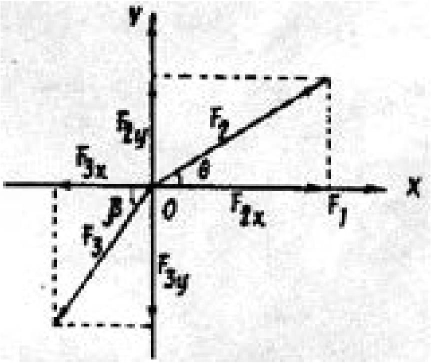
$$R_x = R \, Cos\, \theta$$

$$R_y = R \, Sin\, \theta$$

θ هغه زاویه ده چې د $\vec{R}$ محصله وکتور یې د X مثبت محور پر جهت جوړوي او مقدار یې د لاندې اړیکې په واسطه لاسته راځي.

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$$

په عمومي توګه که چیرې وغواړو د څو وکتورونو محصله په لاس راوړو نو نو موړي وکتورونه په مرکبو باندی تجزیه کوو. د دې لپاره داسې فرضوو چې د (17) شکل په څېر د $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ او $\vec{F}_3$ وکتورونه د O په نقطه کې سره متقاطع دي، د $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ او $\vec{F}_3$ وکتورونو د محصلې موندلو لپاره لومړی یاد وکتورونه په مرکبو تجزیه کوو دلته وینو چې $\vec{F}_1$ وکتور د X محور پر جهت منطبق دی نو پر مرکبو باندې یې د تجزیې اړتیا نه پیښیږي.



(17) شکل

ځکه چې د y محور پر جهت باندې يې مرکبه صفر ده. د $\vec{F}_2$ وکتور مرکبې عبارت دي له:

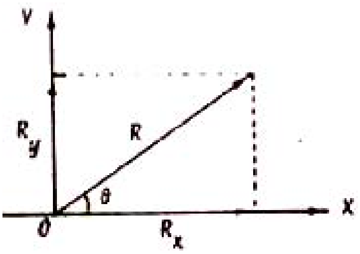
$$F_{2x} = F_2 \, Cos \, \theta ,$$

$$F_{2y} = F_2 \, Sin \, \theta$$

پورته دواړه مرکبې د X او Y محورونو په مثبت جهت کې دي؛ نو مثبت هم دي په همدې توګه د $\vec{F}_3$ وکتور مرکبې $F_{3y} = F_3 \, Sin \, \theta$ او $F_{3x} = F_3 \, Cos \, \theta$ دي، چې دواړه يې منفي هم دي. ځکه چې د X او Y محورونو پر منفي جهت کې پرتې دي. اوس د X ټولې مرکبې سره جمع کوو نو د R_x يوه مرکبه ترېنه لاسته راځي او د R_x مقدار د X پر محور د ټولو وکتورونو مرکبو د الجبري جمعې له حاصل يعنې $\sum F_x$ سره مساوي ده، که د Y ټولې مرکبې سره جمع کړو؛ نو د R_y محصله ترېنه لاسته راځي، چې د R_y مقدار د Y پر محور د ټولو وکتورونو د مرکبو الجبري جمعې له حاصل يعنې $\sum F_y$ سره مساوي ده؛ نو:

$$R_x = \sum F_x$$

$$R_y = \sum F_y$$



(18) شکل

په پای کې د (18) شکل په څېر $\vec{R}_x$ او $\vec{R}_y$ سره یو ځای کیږي او د $\vec{R}$ محصله رامنځته کوي، د R مقدار مساوي کیږي په : $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

مثال: د $400N$ قوې مرکبه په لاس راوړئ چې د X مثبت محور سره 135^0 زاویه جوړوي.

حل:

$$F_x = F\ Cos135^0$$
$$= 400\left(-0.707\right)$$

$$= -282.8N$$

$$F_y = F\ Sin135^0$$
$$= 400\left(0.707\right)$$
$$= 282.8N$$

پوښتنه الف: $F = 300N$ قوه د X مثبت محور سره 30^0 زاویه جوړوي. افقي او عمودي مرکبې یې په لاس راوړئ ؟

ځواب: $F_x = 259.8N \quad , \quad F_y = 150N$

ب. که همدا قوه د X له مثبت محور سره 135^0 زاویه جوړه کړي نو افقي او عمودي مرکبې یې په لاس راوړئ ؟

ځواب: $F_x = -212.1N \quad , \quad F_y = 212.1N$

مثال: د لاندې وکتورونو محصله په لاس راوړئ ؟

$F_1 = 80N$ چې په لومړۍ حجره کې پروت ده او د X محور په امتداد کې پروت دی، $F_2 = 100N$ چې په لومړۍ حجره کې پروت ده او د X له مثبت محور سره 45^0 زاویه جوړوي، $F_3 = 110N$ چې په دویمه حجره کې پروت ده او د X منفي محور پر جهت 30^0 زاویه جوړوي او $F_4 = 160N$ وکتور چې په دویمه حجره کې واقع ده او د X منفي محور پر جهت 20^0 زاویه جوړوي.

حل:

$F_{1x} = F_1 \, Cos\, 0^0 = 80N$, $F_{1y} = F_1 \, Sin\, 0^0 = 0$

$F_{2x} = F_2 \, Cos\, 45^0 = 70.7N$, $F_{2y} = F_2 \, Sin\, 45^0 = 70.7N$

$F_{3x} = -F_3 \, C0s\, 30^0 = -95.26N$, $F_{3y} = F_3 \, Sin\, 30 = 55N$

$F_{4x} = -F_4 \, Cos\, 20^0 = -150.4N$, $F_{4y} = -F_4 \, Sin\, 20^0 = -54.72N$

$$F_x = F_{1x} + F_{2X} + F_{3x} + F_4x = 80 + 70.7 - 95.26 - 150.4 = -94.96N$$
$$F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} = 0 + 70.7 + 55 - 54.72 = 70.98N$$

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(-94.96)^2 + (70.98)^2}$$

$$\sqrt{9017.4 + 503816} = \sqrt{14055.6} = 118.5N$$

$$\tan\theta = \frac{70.98}{94.96} = 0.7443$$

$$\theta = 36.6^0$$

پوښتنه: د لاندې وکتورونو محصله په لاس راوړئ ؟

$F_1 = 30N$ چې په لومړي ربع کې پروت دی او د X مثبت محور پر جهت 45^0 زاویه جوړوي، $F_2 = 50N$ وکتور چې په دوهمه ربع کې پروت دی او د X منفي محور له جهت سره 20^0 زاویه جوړوي او د $F_3 = 70N$ وکتور چې د Y منفي محور پر جهت واقع دی.

ځواب: R = 40.89, ϴ = 55.83

$Sin20^0 = 0.34$
$Cos20^0 = 0.9396$

پوښتنې

1. $60Kg^*$ قوه په داسې ډول پر دوو برخو تجزیه کړی چې د یوې مرکبې سره 60^0 زاویه او له بلې مرکبې سره 45^0 زاویه جوړه کړي.

ځواب: $42.42Kg^*$, $30Kg^8$

2. د $\vec{F}_1 = \vec{F}\sqrt{3}$ او $\vec{F}_2 = \vec{F}$ دوو قوو محصله په لاس راوړئ که تر منځ یې زاویه 30^0 وي، همدا رنګه د هغې زاویې sin په لاس راوړی، چې محصله وکتور یې د $\vec{F}_1$ سره جوړوي.

ځواب: $Sin\,\alpha = \frac{\sqrt{7}}{14}$, $R = F\sqrt{7}$

3. د $F_1 = 12Kg^*$ یوه عمودي قوه د یوې بلې قوې سره چې د X محور له مثبت جهت سره 30^0 زاویه جوړوي، قایمه ده، د دغو دوو قوو محصله د X له محور سره 45^0 زاویه جوړوي. د $\vec{F}_2$ قوې مقدار او محصله یې په لاس راوړئ.

ځواب: $F_2 = 34.6kg$ $R = 40kg*$

4. د $F_1 = 10Kg^*$ او $F_2 = 18\ Kg^*$ دوې عمودي قوې پر یوه جسم باندې عمل کوي که چېرې د غه دوې قوې په دوو نورو عمود قوو سره عوض شي، داسې چې د دوو، دویمې قوو محصله د دوو لومړنیو قوو له محصلې سره مساوي شي، د ددغو دوو مساوي، دویمو قوو قیمت معلوم کړی.

ځواب: $14.5\ Kg^*$

5. د F_1 او F_2 قوې چې پر یو او بل عمود دي. پر یوې نقطې باندې اغېزه پرې باسي. که د F_1 F_2 څخه د $2Kg^*$ په اندازې سره لویه وي، نو محصله یې د $8Kg^*$ سره مساوي کیږي، د F_1 او F_2 قوو مقدار معلوم کړی ؟

ځواب: $F_2 = -6.57Kg^\times$, $F_1 = 4.57Kg^*$

6. دوې یو پر بل عمودي قوې په یوه جسم باندی عمل کوي، د نوموړو قوو څخه یوه یې له بلې څخه د $3Kg^*$ په اندازې زیاته او د $4Kg^*$ په اندازې د محصله قوې څخه وړوکې ده. د F_1 او F_2 قوې او محصله یې په لاس راوړئ.

ځواب: $R = 18.48Kg^*$, $F_2 = 14.48Kg^*$, $F_1 = 11.48Kg^\times$

7. یو موټر د $5Km$ په واټن ختیځ لور ته، $3Km$ جنوب لور ته، $2Km$ لویدیځ لور ته او $1Km$ شمال لور ته حرکت کوي.

الف- ځومره واټن د جنوب لور ته او څومره واټن ختيځ لور ته خوځېدلی دی.

ځواب: جنوب لور ته $2Km$ او $3Km$ ختيځ لور ته.

8. $30N$ قوه په لومړی ربع کې پرته ده او د X محور له مثبت جهت سره 37^0 زاويه جوړوي، $50N$ قوه د X محور منفي جهت په امتداد کې پرته ده؛ د نوموړو قوو محصله په لاس راوړئ؟

ځواب: $31.6N$

9. د $\vec{A}$ وکتور چې $6m$ مقدار لري او د X محور په مثبت جهت کې پروت دی، د $\vec{B}$ وکتور $12m$ مقدار لري او په لومړی ربع کې پروت دی، چې د X محور له مثبت جهت سره 60^0 زاويه جوړوي او د $\vec{C}$ وکتور چې $9m$ مقدار لري په څلورمه ربع کې پروت دی چې د X محور له مثبت جهت سره 60^0 زاويه جوړوي؛ نو د نوموړو وکتورونو محصله په لاس راوړئ.

a. $\left|\vec{A}+\vec{B}\right|$ ځواب: $\left|\vec{A}+\vec{B}\right|=15.88m \quad ,\theta = 40.70$

b. $\left|\vec{A}-\vec{B}\right|$ ځواب: $\left|\vec{A}-\vec{B}\right|=10.4m \quad , \quad \theta = 90^0$

c. $\left|\vec{B}-\vec{A}\right|$ ځواب: $\left|\vec{B}-\vec{A}\right|=10.4m \quad ,\theta = 90^0$

d. $\left|\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}\right|$ ځواب: $\left|A+B+C\right|=16.7m \quad \theta = 8.9^0$

e. $\left|\vec{A}+\vec{B}-\vec{C}\right|$ ځواب: $\left|\vec{A}+\vec{B}-\vec{C}\right|=19.68m \quad , \quad \theta = 67.6^0$

f. $\left|\vec{A}-2\vec{C}\right|$ ځواب: $\left|\vec{A}-2\vec{C}\right|=15.88 \quad ,\theta = 79.1^0$

g. $\left|\vec{B}-\left(\vec{A}+\vec{C}\right)\right|$ ځواب: $\left|\vec{B}-\left(\vec{A}+\vec{C}\right)\right|=18.74m \; , \; \theta = 76^0.1$

h. $\left|-\vec{A}-\vec{B}-C\right|$ ځواب: $\left|-\vec{A}-\vec{B}-\vec{C}\right|=16.7m \quad , \quad \theta = 8.95^0$

10. د لاندې وکتورونو محصله په لاس راوړئ؟

$F_1 = 25N$ وکتور چې د X محور پر مثبت جهت کې پروت دی، $F_2 = 60N$ وکتور چې د y محور پر مثبت جهت پروت دی، $F_3 = 90N$ وکتور چې پر دريمه حجره کې واقع دی او د X محور له منفي جهت سره 50^0 زاويه جوړوي او د $F_4 = 40N$ وکتور چې د y محور په منفي جهت کې پروت دی؟

ځواب: $\theta = 56.1^0 \quad , \quad R = 59N$

11. د لاندې وکتورونو محصله په لاس راوړئ؟

$F_1 = 6N$ وکتور چې د y پر مثبت محور منطبق دی. $F_2 = 40N$ وکتور چې د y منفي محور په امتداد پروت دی او د $F_3 = 80N$ وکتور چې پر څلورمه حجره کې واقع دی او د X محور له مثبت جهت سره 30^0 زاویه جوړوي ؟

ځواب: $\theta = 46.7$, $R = 109.85N$

12. د $F_1 = 150N$ وکتور چې پر لومړی ربع کې پروت دی او د X له مثبت محور سره 60^0 زاویه جوړوي، $F_2 = 125N$ وکتور چې پر دریمه حجره کې پروت دی او د X محور له منفي جهت سره 25^0 زاویه جوړوي، $F_3 = 130N$ وکتور چې د y محور په منفي جهت کې واقع دی او د $F_4 = 180N$ وکتور چې پر څلورمه حجره کې پروت دی او د X محور له مثبت جهت سره 23^0 زاویه جوړوي، محصله یې په لاس راوړئ ؟

ځواب: $\theta = 44^0$, $177.2N$

13. د لاندې وکتورونو محصله په لاس راوړئ؟

$F_1 = 20N$ وکتور چې په لومړی ربع کې پروت دی او د X مثبت محور سره 30^0 زاویه جوړوي، $F_2 = 40N$ وکتور چې پر څلورمه ربع کې پروت دی او د X محور له منفي جهت سره 60^0 زاویه جوړوي، $F_3 = 25N$ وکتور چې د X محور منفي جهت په امتداد پروت دی، $F_4 = 42N$ وکتور چې د y محور پر منفي جهت منطبق دی او د $F_5 = 12N$ وکتور چې پر څلورمه ربع کې پروت دی او د X محور له مثبت جهت سره 45^0 زاویه جوړوي.

ځواب: $\theta = 17$, $R = 20.02N$

14. د ورکړل شویو وکتورونو محصله په لاس راوړئ.

د $F_1 = 19N$ وکتور چې د X مثبت محور په امتداد کې واقع دی. $F_2 = 15N$ وکتور چې پر لومړی حجره کې پروت دی او د X محور له مثبت جهت سره 60^0 زاویه جوړوي $F_3 = 16N$ وکتور چې پر دوهمه حجره کې پروت دی او د X محور له منفي جهت سره 45^0 زاویه جوړوي. $F_4 = 4N$ وکتور چې پر دریمه حجره کې واقع دی او د X محور له منفي جهت سره 30^0 زاویه جوړوي او د $F_5 = 22N$ وکتور چې د y له منفي محور سره هم جهته دی.

ځواب: $\theta = 85^0$, $R = 11.7N$

دويم څپرکی

حرکتونه

۲.۱ د حرکت مفهوم

میخانیک فزیک د فزیک علم هغه برخه ده، چې د جسمونو حرکتونه څیړي.

د حرکت په مفهوم د پوهاوي لپاره اجسام د مادي نقطو په توګه فرض کوو. مادي نقطې هغو جسمونو ته ویل کیږي چې د نوموړو پواسطه وهل شوی واټن یې له ابعادو څخه لوی وي. حرکت وخت ته په پام سره په فضا کې د یوه جسم د ځای بدلون څخه عبارت دی. د مثال په توګه، که چېرې یو جسم دوخت په یوې شېبه کې په یوه ځای کې پروت وي او د وخت په یوې بله شېبه کې یو بل ځای ځانته غوره کړي؛ نو وایو چې جسم حرکت کړی او یا هم جسم خپل ځای ته بدلون ورکړی، هغه واټن چې جسم یې طی کوي، د جسم د ځای بدلون (تغیر مکان) نومیږي،دا هم شونې ده چې یو جسم حرکت وکړي او د یو څه وخت په تیرولو سره بیرته خپل لومړی موقعیت ونیسي. که څه هم دلته جسم حرکت کړی دی؛ خو د ځای بدلون یې صفر دی. په فزیک کې د یو جسم دځای بدلون د لومړي او وروستي موقعیت ترمنځ یې له واټن څخه عبارت دی. د یوه جسم دځای بدلون یو وکتوري کمیت دی، د ساري په ډول که چیرې وویل شي.

جسم د یوه میز پر سر پروت دی او د خپل لومړي ځای څخه یې د یو متر په اندازه خپل ځای ته بدلون ورکړی دی؛ خو په یاد حالت کې د جسم د ځای بدلون، کوم چې د یو متر په اندازې سره یې کړی دی معلوم نه دی، ځکه چې مونږ نشو ویلای یاد جسم چې یو متر د ځای بدلون یې کړی دی د میز پر کوم لوري کې پروت دی. دلته د یاد جسم د لیږدولو امکان او یا هم د ځای بدلون پر څو لورو کې را منځته کیدلای شي نو باید دا هم ورسره وویل شي چې جسم په ځانګړې توګه پر دغه لوري د میز پرسر دیو متر په اندازې سره دځای بدلون کړی، چې په نوموړي حالت کې موضوع په بشپړه توګه روښانه کیږي، په عمومي توګه حرکتونه نسبي دي، یعنې یو جسم کولای شي یو جسم ته د حرکت په حال کې او بل جسم ته د سکون په حالت کې څرګند شي.

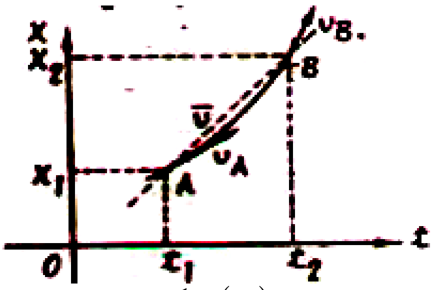
د مثال په ډول هغه کس چې په یوه روان موټر کې سپور دی، موټر ته ساکن او ځمکې ته د حرکت په حال کې دی. همدا شان موټر، ځمکې ته د حرکت پر حال کې دی. هغه منحني چې یو جسم یې په فضا کې د حرکت پر مهال کاږي د حرکت مسیر(تګلوری)

نوميږي. او يا هم په بل عبارت د حرکت مسير په فضا کې د جسم د بيلا بيلو موقعيتونو څخه عبارت دی. د حرکت مسير په مستقيم او يا هم په منحني ډول وي چې په مرستې سره يې کولای شو د حرکت ډول مشخص کړو. د رياضي هغه معادله چې د حرکت ډول ځانګړی کوي د حرکت معادله نوميږي او يا هم په بل عبارت د رياضی هغه اړيکه چې د جسم وهل شوي واټن او سرعت څخه منځته راځي؛ د حرکت معادله نوميږي.

۲.۲ منظم مستقيم الخط حرکت او د سرعت مفهوم

منظم حرکت د حرکت يو له تر ټولو ساده ډولونو څخه دی، منظم حرکت هغه حرکت دی چې پکښې وهل شوی واټن وخت ته په پام سره ثابت وي. يا هم په بل عبارت د متحرک پواسطه وهل شوی واټن په مساوي وختونو کې سره مساوی دی يعنې متحرک په مساوي وختونو کې مساوي واټنونه وهي. په منظم مستقيم الخط حرکت کې وهل شوی واټن د وخت لومړی درجه تابع دی. د يوه جسم د ځای بدلول او د سرعت مفهوم په لاندې پوهيدو سره (19) شکل ته ځير شی دلته (x,t) دوه بعدي سيستم په پام کې نيسو او فرض کوو چې جسم د t_1 په وخت کې د A له نقطې څخه په حرکت پيل کړی او د يو څه وخت $\Delta t = t_2 - t_1$ په تيريدلو سره د B نقطې ته رسيدلی. چې دلته جسم په حقيقت کې د Δt په وخت کې د AB مسير په فضا کې کاږلی دی د تعريف له مخې د جسم منځنی سرعت عبارت دی له:

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (1-2)$$



شکل (19)

داسې چې $\bar{v}$ منځنی سرعت ښيي له دې ځايه:

$$x_2 - x_1 = \bar{v}\left(t_2 - t_1\right) \qquad (2-2)$$

که چيرې د t_1 وخت صفر وټاکو يعنې $t_1 = 0$ وي نو فرض کوو چې د متحرک لومړنی واټن $x_1 = x_0$ دی او $t_2 = t$ هغه وخت دی کوم چې متحرک پکښې د $x_2 = x$ واټن وهلی دی نو د $(2-2)$ اړيکه په لاندې ډول اوړي.

$$x - x_0 = vt$$

$$x = x_0 + vt \qquad (3-2)$$

که چېرې $x_0 = 0$ فرض شي نو لرو چې:

$$x = \bar{v}t \qquad (4-2)$$

$(4-2)$ اړیکه د منظم مستقیم الخط حرکت معادله ښیي چې پکښې x د جسم ځای بدلون او v يې سرعت دی. په $(4-2)$ معادلې کې وینو چې د یوه متحرک سرعت؛ پر وخت باندې له وهل شوي واټن څخه عبارت دی.

$$\bar{v} = \frac{x}{t} \qquad (5-2)$$

نو $(5-2)$ معادلې ته په کتو سره د سرعت واحدونه عبارت دي له:

$\frac{Km}{hr}$ ، $\frac{Km}{\sec}$ ، $\frac{m}{\sec}$ ، $\frac{cm}{\sec}$ او نور. سرعت یو وکتوري کمیت دی نو $(5-2)$ معادله په وکتوري بڼه داسې لیکو:

$$\vec{v} = \frac{\vec{x}}{t}$$

۲.۳ غیر منظم مستقیم الخط حرکت او د تعجیل مفهوم

په منظم مستقیم الخط حرکت کې مو ولوستل چې سرعت وخت ته په پام سره ثابت دی؛ خو په غیر منظم مستقیم الخط حرکتونو کې د جسم سرعت وخت ته ثابت نه دی او وخت ته په پام سره بدلون مومي یعنې د جسم پواسطه وهل شوی واټن وخت ته متناسب ندی په بدلون منونکو حرکتونو کې په سرعت باندې د پوهیدلو لپاره جسم د (v, t) په دوه بعدي قایمه فضا کې په داسې ډول په پام کې نیسو چې د جسم سرعت او د وخت مبدا د قایم مختصاتو په مبدا باندې منطبق وي، داسې فرض کوو چې جسم د t_1 په وخت کې v_1 سرعت او په t_2 وخت کې v_2 سرعت لري د (20 شکل پر اساس) د (19) شکل له مخې د جسم منځنی سرعت قیمت عبارت دی له:

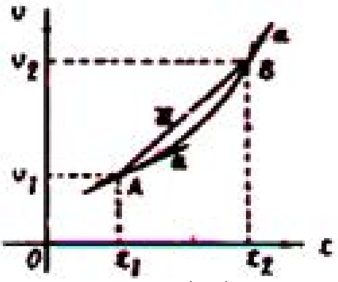
$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

د جسم لحظوي سرعت عبارت دی له:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \to -} \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{dx}{dt} \qquad (6-2)$$

په (2 – 6) اړيکه کښې v په غير منظم مستقيم الخط حرکت کې د جسم لحظوي سرعت دی. نو ويلای شو چې سرعت وخت ته په پام سره د وهل شوي واټن لومړي مشتق څخه عبارت دی.



شکل (20)

مخکې مو وويل چې په بدلون منونکو حرکتونو کې د جسم سرعت وخت ته پام سره ثابت نه دی او وخت ته په پام سره بدلون مومي. وخت ته په کتو د سرعت دا بدلون نه د جسم تعجيل نوميږي.

د مثال په توګه که چيرې يو جسم په يوې مايلې سطحه باندې په پام کې ونيسو دا سې چې د t_1 په وخت کې يې سرعت v_1 او په t_2 وخت کې يې سرعت v_2 وي نو وينو چې د t_2 ، t_1 دوو شيبو کې په مايلې سطح باندې د جسم سرعت ثابت نه دی. د تعجيل مقدار پواسطه کولای شو د غير منظم حرکت ډول وپيژنو. له شکل څخه په غير منظم حرکتونو کې د تعجيل مقدار موندلو لپاره لرو چې:

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (7-2)$$

په (2 – 7) معادله کې $\bar{a}$ د جسم منځنی تعجيل دی؛ نو لحظوي تعجيل يې عبارت دي له:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \qquad (8-2)$$

پورته اړيکه کولای شو په لاندې ډول هم وليکو:

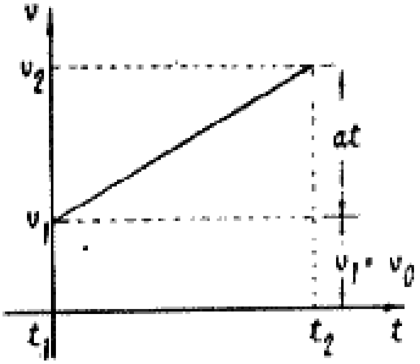
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad (9-2)$$

له (2 – 9) معادلې څخه پوهيږو چې په بدلون منونکو حرکتونو کې تعجيل وخت ته په پام سره د سرعت لومړي مشتق او يا هم وخت ته په کتو د واټن دوهم مشتق څخه عبارت دی. (2 – 9) معادله يوه عمومي معادله ده او د منظم مستقيم الخط حرکتونو لپاره هم رېښتيني ده. که چېرې په بدلون منونکو حرکتو کې د سرعت بدلون نظر وخت ته

ثابت يعني تعجيل ثابت وي نو يا د حركت ثابت تعجيل لرونكى غير منظم مستقيم الخط حركت نوميږي كه چيرې د سرعت بدلو نو نه نظر وخت ته زيات شي، يعنې تعجيل زيات شي؛ نو ياد حركت ته غير منظم مستقيم الخط تعجيلي حركت وايي او كه چيرې تعجيل وخت ته په پام سره كم شي (تناقص وكړي)؛ نو نوموړي حركت ته غير منظم مستقيم الخط تاخيري حركت وايي نو $(2-9)$ اړيكې ته په پام سره د تعجيل واحدونه عبارت دي له $\frac{Km}{\sec^2}$, $\frac{m}{\sec^2}$, $\frac{cm}{\sec^2}$ او نور.

۴.۲ ثابت تعجيل لرونكى غير منظم مستقيم الخط حركت

غير منظم مستقيم الخط حركت يو له تر ټولو ساده حركتونو څخه دى، چې پكښې تعجيل ثابت دى او په دې هم پوهيږو چې په دې حالت كې وخت ته په پام د سرعت گراف يو مستقيم خط دى د (۲۱ شكل له مخې) يعنې سرعت وخت ته په خطي ډول زياتوالى مومي؛ نو د ياد خط ميل د دواړو نقطو تر منځ له هرې نقطې سره يې د مماس ميل سره مساوي دى.



(21) شكل

چې په پايله كې لحظوي او منځنى تعجيل سره مساوي او ثابت دي، چې مقدار يې عبارت دى له:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

فرض كوو چې $v_1 = v_0$ د جسم لومړنى سرعت د $t_1 = 0$ وخت كې او $v_2 = v$ سرعت د $t_2 = t$ پر وخت كې دي، نو پورته معادله په لاندې ډول اوړي.

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

او يا:

$$v = v_0 + a\,t \qquad (10-2)$$

که وغواړو د متحرک جسم د ځای بدلون یا د حرکت معادله په ثابت تعجیل سره لاسته راوړو؛ نو په لاندې ډول عمل کوو.

پوهیږو چې په ثابت تعجیل سره په مستقیم الخط حرکت کې د جسم متوسط سرعت عبارت دی له:

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2} \qquad (11-2)$$

مخکې مو ولوستل چې: $x = \bar{v}\, t$

نو:

$$x = \frac{v_0 + v}{2}\, t \qquad (12-2)$$

که چېرې له $(2-10)$ اړیکې څخه د v قیمت په $(2-12)$ اړیکه کې وضع کړو نو لرو چې

$$x = \frac{v_0 + v_0 + a\,t}{2}\, t$$

$$x = v_0\, t + \frac{1}{2}\, a\, t^2 \qquad (13-2)$$

که چېرې له $(2-11)$ اړیکې څخه د t قیمت په $(2-13)$ اړیکه کې کېږدو نو لرو

$$x = \frac{v^2 - v_0^2}{2\,a} \qquad (14-2)$$

$(2-13)$ او $(2-14)$ د حرکت معادلې دي.

مثال: د یو ګاډي د سرعت ستنه د حرکت د پیل پر مهال $22687km$ واټن او د حرکت په وروستیو کې $22791km$ واټن ښیي که چېرې د حرکت وخت $4hr$ وي؛ نو د ګاډي منځنی سرعت په $\frac{Km}{hr}$ او $\frac{m}{\sec}$ څومره دی؟

حل:

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{(22791 - 22687)\,Km}{(4-0)\,hr}$$

$$= 26\,\frac{Km}{hr}$$

$$\bar{v} = \frac{26 \times 10^3\, m}{3600 \sec} = 7.2\, \frac{m}{\sec}$$

پوښتنه: یو ګاډی د 4 دقیقو لپاره په $25\dfrac{Km}{hr}$ سرعت سره او وروسته د 8 دقیقو لپاره په $50\dfrac{Km}{hr}$ سرعت سره او بیا د 2 دقیقو لپاره $20\dfrac{Km}{hr}$ سرعت کې حرکت کوي.

الف. هغه واټن چې ګاډی یې وهي په لاس راوړئ ؟

ځواب $9km$

ب. د ټولو حرکتونو لپاره منځنی سرعت په $\dfrac{m}{\sec}$ ومومی ؟

ځواب $10.7\dfrac{m}{\sec}$

مثال: که چېرې د حرکت معادله د $x = 30 + 20\,t - 15\,t^2$ په ډول ورکړل شوې وي چې x په متر او t په ثانیې سره اندازه شوی وي.

الف. د سرعت او تعجیل معادلې په لاس راوړئ.

ب. د جسم لومړی موقعیت او لومړنی سرعت په لاس راوړئ.

ج. په کوم واټن او په کوم وخت کې یې له مبداء څخه سرعت صفر دی.

د. په کوم وخت او په کوم موقعیت کې یې سرعت $(-50\dfrac{m}{\sec})$ کیږي.

حل: الف:

$$v = \frac{dx}{dt} = \left(20 - 30\,t\right)\frac{m}{\sec}$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2 =} = -30\frac{m}{\sec^2}$$

ب. په $t = 0$ کې لومړنی سرعت او لومړنی واټن عبارت دی له:

$$x = x_0 = 30\ m$$

$$v = v_0 = 20\frac{m}{\sec}$$

ج. د $v = v_0 - 30\,t$ معادلې څخه که چېرې $v = 0$ وي، لرو چې:

$$0 = 20 - -30\,t$$

$$t = \frac{2}{3}\sec$$

په پايله کې له ورکړل شوي معادلې څخه د $t = \frac{2}{3}\sec$ لپاره په لاس راوړو.

$$x = 30 + 20\left(\frac{2}{3}\right) - 15\left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$= 36.7\ m$$

د.

$$v = 20 - 30\,t$$

$$-50 = 20 - 30t$$

$$t = \frac{7}{3}\sec$$

نو:

$$x = 30 + 20\left(\frac{7}{3}\right) - 15\left(\frac{7}{3}\right)^2$$

$$= -5\ m$$

پوښتنه: د يوه جسم د سرعت معادله په $v = \left(4\,t - 2.5\,t^2\right)\frac{cm}{\sec}$ ډول ورکړل شوې ده، تعجيل يې د $t = 0.5\sec$ او $t = 3\sec$ وروسته په لاس راوړئ.

ځواب: $a = 1.5\frac{cm}{\sec^2}$ او $a = -11\frac{cm}{\sec}$

مثال: جسم د يوې افقي سطحې پرمخ پر يوه ثابت تعجيل سره حرکت کوي که چيرې لومړنی سرعت يې صفر وي او د 3sec په تېرېدلو سره يې سرعت $2.7\frac{m}{\sec}$ شي؛ نو تعجيل يې د 3sec وروسته او هغه واټن چې يې په لومړيو 6sec کې وهي په لاس راوړئ.

حل:

$$v = v_0 + a\,t$$

$$2.7\frac{m}{\sec} = 0 + a\,3\sec$$

$$a = 0.9\frac{m}{\sec^2}$$

$$x = v_0\ t + \frac{1}{2}a\,t^2$$

$$x = 0 + \frac{1}{2}0.9\frac{m}{\sec^2}(6\sec)^2$$

$$x = 16.2\ m$$

پوښتنه: یو گاډی د لومړني سرعت پرته د یوې افقي سطحې پرمخ له ثابت تعجیل سره د حرکت په حال کې دی، که چېرې $90m$ واټن په $8\sec$ کې ووهي تعجیل او سرعت یې په لاس راوړئ؟

$$a = 2.8\frac{m}{\sec^2} \qquad , \qquad v = 22.4\frac{m}{\sec}$$

۲.۵ د اجسامو ازاد سقوط

په آزاد سقوط باندې د لا ښه پوهېدلو لپاره دوه سربي او المونیمي پنډوسکي په پام کې نیسو او دواړه یې په یو وخت کې له یوې ارتفاع څخه را خوشې کوو؛ نو وینو چې یاد دواړه پنډوسکي هماغه ارتفاع په یو وخت کې وهي؛ خو که چېرې دواړه پنډوسکي مختلف وزنونه او عین جسامت ولري؛ نو پردې حالت کې هم هماغه پایله لاسته راځي؛ نو ویلای شو چې د ځمکې سره د اجسامو ټکر سرعت د اجسامو پر غټ والي (جسامت) پورې تړاو نلري او د ټولو اجسامو لپاره تل هماغه قیمت ورکوي؛ خو که چېرې پورتنۍ تجربه په یوې او سپنیزې پنډوسکې او یوې بڼکې تر سره کړو نو ښکاره خبره ده چې اوسپنیزه پنډوسکې به له بڼکې څخه په ډېرې چټکۍ سره مخ پر ښکته رالوېږي. نو له دې ځایه پوهېږو چې د یادو دواړو جسمونو لپاره د رالوېدو (سقوط) سرعت مساوي نه دی.

اوس غواړو چې سبب یې ومومو نو ددې کار لپاره یو ښیښه ایې تیوب چې پکښې بڼکه او د اوسپنې پنډوسکی پروت وي د (22) شکل غوندې په پام کې نیسو او د یاد تیوب هوا د مخراج الهوا پواسطه کاږو د هوا د کاږلو وروسته وینو چې بڼکه او د اوسپنې پنډوسکي په یو وخت کې د تیوب آخر پورې رسیږي.

(22) شکل

نو ویلای شو چې ټول اجسام په خلا کې په مساوي سرعتونو سره سقوط کوي. بیلا بیلې تجربې څرګندوي چې آزاد سقوط یو غیر منظم مستقیم الخط تعجیلي حرکت دی او تعجیل یې د ځمکې جاذبې تعجیل[1] په نوم یادیږي؛ نو د (2 – 13) معادلې په مطابق د آزاد سقوط معادله عبارت ده له:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \qquad (15 - 2)$$

په آزاد سقوط کې لومړنی سرعت v_0 تل صفر وي. د g قیمت د ځمکې په یوې ټاکلې نقطه کې د ټولو اجسامو لپاره مساوي دی خو د ځمکې په مختلفو برخو کې مختلف قیمتونه لري. د (2 – 15) معادلې پر اساس د رالوېدلي (سقوط شوي) جسم د ټکر سرعت عبارت دی له:

$$v = g t \qquad (16 - 2)$$

---

[1] د ځمکې سطحې ته نږدې د ځمکې جاذبه تعجیل قیمت $9.80 \frac{m}{\sec^2}$ دی.

له $(2-15)$ معادلې څخه لرو :

$$t = \sqrt{\frac{2\,y}{g}}$$

که چېرې پورته د t قيمت په $(2-16)$ اړيکه کې وضع کړو ؛ نو :

$$v = \sqrt{2\,g\,y}$$

د پورتنۍ اړيکې پواسطه کولای شو د جسم هغه سرعت لاسته راوړو چې د y واټن پکښې وهي.

مثال: جسم له يوې ټاکلې نقطې څخه آزاد سقوط کوي.

الف. د سقوط واټن له 3sec څخه وروسته په لاس راوړئ.

ب. له $70m$ واټن وهلو وروسته يې سرعت ومومئ.

ج. $300m$ واټن په څومره وخت کې وهي.

د . له څومره وخت وروسته يې سرعت $25\frac{m}{\sec}$ کيږي.

حل: الف

$$y = \frac{1}{2}g\,t^2 = \frac{1}{2}9.8\frac{m}{\sec^2}(3\sec)^2$$

$$= 44\,m$$

ب:

$$v^2 - v_0^2 = 2\,g\,y$$

$$v^2 = 0 + 2\;9.8\frac{m}{\sec^2}\;70\,m = 1372\frac{m^2}{\sec}$$

$$v = 37\;m$$

ج:

$$t = \sqrt{\frac{2\;y}{g}} = \sqrt{\frac{2\;300}{9.8}} = 7.8\sec -$$

د :

$$t = \frac{v}{g} = \frac{25\frac{m}{\sec}}{9.8\frac{m}{\sec^2}}$$

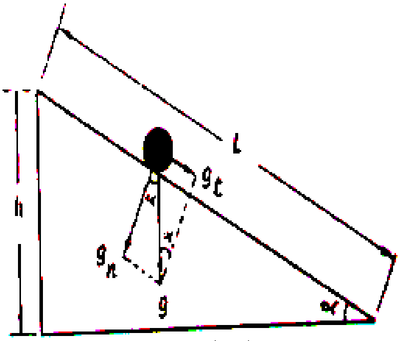
$$t = 2.55\sec$$

پوښتنه: جسم له یوې ټاکلې ارتفاع څخه آزاد سقوط کوي او د 5sec څخه وروسته ځمکې ته رارسیږي. ځمکې سره یې د ټکر سرعت او د سقوط ارتفاع یې په لاس راوړئ.

ځواب: $y = 122.5\ m$, $v = 49 \dfrac{m}{\sec}$

۲.۲ د مایلې سطحې پرمخ حرکت

د (23) شکل په مطابق یو جسم د m کتلې په لرلو سره د یوې مایلې سطحې پرمخ چې د میل زاویه یې a ، د افق له سطحې څخه یې ارتفاع h او اوږدوالی یې l دی، په پام کې نیسو. دلته هغه وخت چې نوموړی جسم پکښې د مایلې سطحې پرمخ رغړیږي له هغه وخت سره مساوي دی، کوم چې یاد جسم پکښې د مایلې سطحې له h ارتفاع څخه آزاد سقوط وکړي.



(23) شکل

په مرکبو باندې د وکتورونو له تجزیې څخه په ګټې اخستنې سره کولای شو د جاذبې تعجیل وکتور کوم چې د ځمکې له سطحې سره عمود دی په دوو مرکبو، یوېې، د مایلې سطحې سره موازي یعنې g_t او بل یې په مایلې سطحې عمود یعنې g_n سره تجزیه کړو. له (23). شکل څخه لرو:

$$g_n = g\ Cos\ \alpha$$

$$g_t = g \sin \alpha$$

د g_n مرکبه د جسم په حرکت کوم اغیز نه پرې باسې ځکه چې یاده مرکبه د سطحې غبرګون پواسطه له منځه ځي نو یوازې د g_t موازي مرکبه چې د جسم حرکت سره هم جهته ده، جسم ته تعجیل ورکوي؛ نو د مایلې سطحې پرمخ حرکت یو تعجیلي حرکت دی او معادله یې عبارت ده له:

$$L = \frac{1}{2} g_t t^2$$

$$L = \frac{1}{2} g \, Sin\,\alpha \, t^2 \qquad (18-2)$$

له دې ځایه:

$$v_l = g \, Sin\,\alpha \, t \qquad (19-2)$$

که چېرې د t قیمت له $(2-19)$ معادلې څخه ومومو او په $(2-18)$ معادلې کې یې کېښېږدو نو لرو چې:

$$L = \frac{v_l^2}{2 \, g \, Sin\,\alpha}$$

له دې ځایه:

$$v_l^2 = 2 \, g \, L \, Sin\,\alpha$$

د (23) شکل څخه لیدل کیږي چې $Sin\,\alpha = \frac{h}{L}$ دی نو:

$$v_l^2 = 2 \, g \, h$$

او یا:

$$v_l = \sqrt{2 \, g \, h} \qquad (20-2)$$

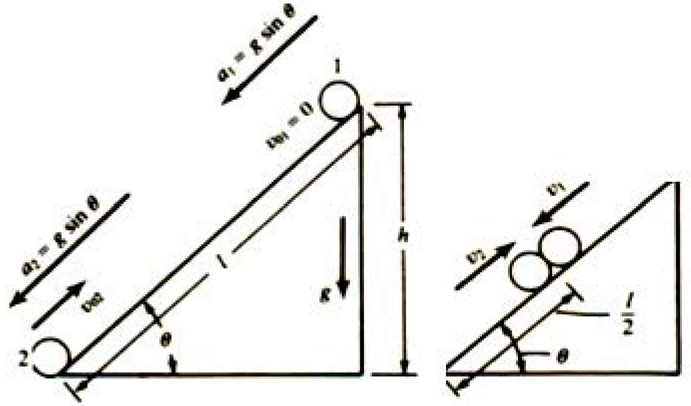
د $(2-17)$ او $(2-20)$ معادلو پرتله کولو څخه دا پایله لاسته راځي چې د مایلې سطحې د تر ټولو ښکته نقطې کې د $y = h$ ارتفاع لرونکې مایلې سطحې جسم سرعت د آزاد سقوط سرعت سره مساوي دی.

مثال: لاندې شکل ته په پام سره (1) لمبر جسم د مایلې سطحې پورتنی نقطې څخه په حرکت پیل کوي او په همدې وخت کې (2) لمبر جسم د مایلې سطحې له ښکتنۍ نقطې څخه پورته لوري ته په لومړني سرعت سره پورې وهل کېږي چې بیا دواړه جسمونه د مایلې سطحې په منځنۍ نقطه کې سره مخامخ کیږي.

الف. د دویم جسم لومړنی سرعت په لاس راوړئ؟

ب. هغه مهال چې دواړه جسمونه سره یو ځای کیږي؛ نو سرعت یې په لاس راوړئ؟

حل:



الف. د لومړني جسم لپاره:

$$\frac{L}{2}=v_{01}\,t+\frac{1}{2}g_{t_1}t^2$$

$$=0+\frac{1`}{2}g\ Sin\,\alpha\ t^2$$

د دويم جسم لپاره:

$$\frac{L}{2}=v_{01}t-\frac{1}{2}g_{t_2}t^2$$

$$=v_{02}t-\frac{1}{2}g\ Sin\,\alpha\ t^2$$

دواړه اړيکې سره جمع کوو؛ نو:

$$\frac{L}{2}+\frac{L}{2}=v_{02}t$$

$$L=v_{02}t$$

نو د $t=\dfrac{L}{v_{02}}$ قيمت د لومړني جسم د حرکت پر معادله کې وضع کوو؛ نو:

$$\frac{L}{2}=\frac{1}{2}g\ Sin\,\alpha\left(\frac{L}{v_{o2}}\right)^2$$

$$v_{02}=\sqrt{g\,L\,Sin\,\alpha}$$

$$Sim\,\alpha=\frac{h}{L}$$

$$v_{02}=\sqrt{g\,h}$$

ب:

$$v_1^2 = v_{01}^2 + 2\, g\, SAin\ \alpha \frac{L}{2}$$

$$v_1 = \sqrt{g\, L\, Sin\ \alpha} = \sqrt{gh}$$

$$v_2^2 = v_{02}^2 - 2\ g\ Sin\, \alpha \frac{L}{2}$$

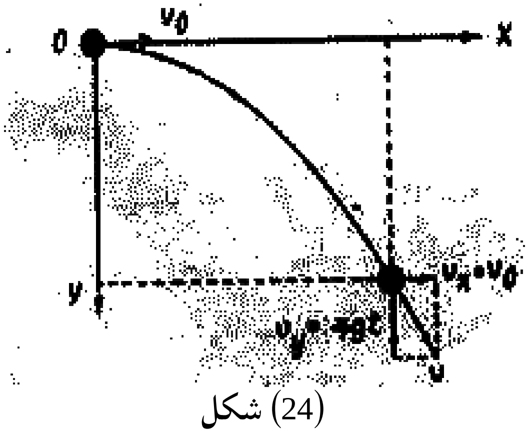
$$= g\ Sin\, \alpha\ L - 2\, g\ \ Sin\, \alpha \frac{L}{2}$$

$$= 0$$

$$v_2 = 0$$

۲.۷ پرتابي حرکتونه

۱. **افقي پرتاب**: یو جسم د (24) شکل پر بنسټ د (X,Y) قایمو مختصاتو له مبداء څخه د X پر محور د v_0 لومړني سرعت سره ګوزارو. دلته وینو چې غورځول شوی جسم خپل افقي حرکت ته دوام نشي ورکولای بلکه ورو ـ ورو ښکته راپرېوځي یعنې ګوزار شوی جسم شېبه په شېبه ځمکې ته نږدې کیږي او په پای کې له ځمکې سره ټکر کوي په دې ډول حرکت کې کولای شو د ګوزار شوي جسم سرعت د $\vec{v}_x$ او $\vec{v}_y$ دوو وکتورونو له ترکیب څخه په لاس راوړو.



(24) شکل

گوزار شوی جسم د v_0 لومړني سرعت په درلودلو سره د X پر محور خپل منظم مستقیم الخط حرکت ترسره کوي، په داسې حال کې چې د Y پر محور باندې د ځمکې تعجیل اغېزې له کبله تعجیلي حرکت ترسره کوي نو د X او Y په محورونو باندې د گوزار شوي جسم د حرکت معادلې عبارت دي له:

$$x = v_0\, t \qquad (21-2)$$

$$y = \frac{1}{2}\, g\, t^2 \qquad (22-2)$$

که چېرې د t قیمت له $(2-21)$ اړیکې څخه ومومو او په $(2-22)$ معادله کې یې وضع کړو، نو لرو:

$$y = \frac{1}{2}\, g\, \frac{x^2}{v_0^2} \qquad (23-2)$$

څرنگه چې $\frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2}$ یو ثابت کمیت دی او په C سره یې ښیو، نو $(2-23)$ اړیکه په لاندې ډول اوړي.

$$y = C\, x^2 \qquad (24-2)$$

له $(2-24)$ معادلې څخه دا پایله لاسته راځي چې په افقي بڼه د گوزار شوي جسم د حرکت تگ لوری (مسیر) له یوه پارابول څخه عبارت دی. له $(2-22)$ معادلې لیدل کیږي چې که چېرې یو جسم په افقي ډول گوزار شي له هغه وروسته کوم چې د y واټن ته راښکته کیږي، کټ مټ هماغه وخت نیسي، کوم چې یاد جسم په آزاد سقوط کې د y واټن ووهي.

مثال: یو جسم د $80cm$ ارتفاع لرونکي میز څخه د $20\frac{cm}{\sec}$ سرعت په درلودلو سره افقي گوزاریږي. د میز له یوې پښې څخه په کوم افقي واټن کې په ځمکې باندې لگیږي.

حل:

$$y = \frac{1}{2}\, g\, t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2\,y}{g}} = \sqrt{\frac{2\times 80}{980}} = 0.4\sec$$

$$x = v_0 t = 20\frac{cm}{\sec}\times 0.4\sec = 8\ cm$$

پوښتنه: جسم له ميز څخه چې ارتفاع يې $70cm$ ده، په افقي بڼه گوزاريږي او د ميز له پښې څخه $70cm$ ليرې په ځمکه لگيږي. د گوزايدو (پرتاب) لومړنی سرعت يې په لاس راوړئ.

ځواب: $1.85\dfrac{m}{\sec}$

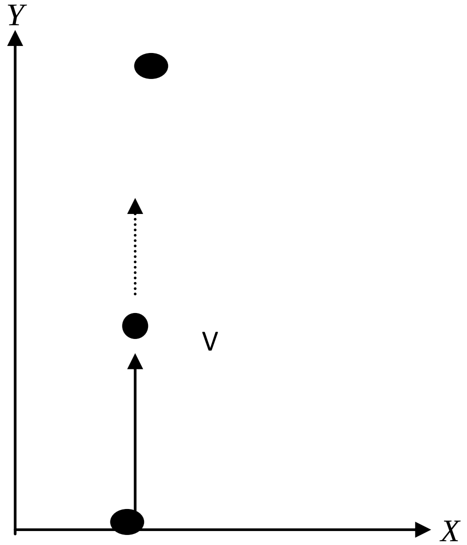
2 . **پورته لوري ته عمودي گوزارول (پرتاب)**

د (25) شکل غوندې يو جسم له y محور سره موازي د v_0 لومړني سرعت سره پورته گوزاروو. دا چې غوځار شوی جسم هره شيبه د ځمکې جاذبې اغېزې لاندې دی. نو له سرعت څخه يې ورو ورو کميږي او د گوزاريدو په اوج نقطه کې يې سرعت صفر کيږي. له دې ځايه څخه پوهيږو چې د جسم د سرعت بدلون نه وخت ته په پام سره متناقص دي نو د جسم حرکت پردې حالت کې يو غير منظم تاخيري مستقيم الخط حرکت دی چې د سرعت او حرکت معادلې يې په لاندې ډول دي.

$$V = 0$$

$$y = h = v_0\, t - \frac{1}{2}\, g\, t^2$$

$$v_y = v_h = v_0 - g\, t$$



(25) شکل

که چېرې t له پورته اړيکو څخه افنا کړو؛ نو لاندې اړيکه ترېنه لاسته راځي.

$$v_0^2 - v^2 = 2gh$$

مثال: یو جسم په عمودي ډول سره پورته ګوزارېږي او د $4\sec$ تېرېدلو وروسته بېرته د ګوزاریدو نقطې ته رارسیږي. لومړنی سرعت يې په لاس راوړئ.

حل: پردې حالت کې جسم حرکت کړی؛ خو د ځای بدلون يې له صفر سره مساوي دی، يعنې $y = 0$ دی. نو د حرکت معادله $y = v_0 t - \frac{1}{2}g t^2$ له صفر سره مساوي کوو؛ چې:

$$v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = 0$$

$$v_0 4\sec - \frac{1}{2} 9.8 \frac{m}{\sec^2} 16\sec^2 = 0$$

$$v_0 = 19.6 \frac{m}{\sec}$$

پوښتنه: یو جسم د $500 \frac{m}{\sec}$ لومړني سرعت په درلودلو سره په عمودي ډول پورته لوري ته ګوزارېږي.

الف: هغه اعظمي ارتفاع چې جسم ورته رسيږي په لاس راوړئ.

ځواب: $12.6km$

ب: په څو مره وخت کې جسم تر ټولو لوړې نقطې ته رسيږی.

ځواب: $51\sec$

ج: له $60\sec$ تېرېدلو وروسته يې سرعت په لاس راوړئ.

ځواب: $\left(-88 \frac{m}{\sec}\right)$

د: $10km$ ارتفاع ته په څو مره وخت کې رسیږي.

ځواب: $t_1 = 27.3\sec$ ، $t_2 = 74.7$

مثال: یو بالون له ځمکې څخه په $300m$ ارتفاع کې واقع دی او په $13 \frac{m}{\sec}$ سرعت سره پورته خواته حرکت کوي په همدې مهال کې یو جسم ترېنه پورته لور ته ګوزاروي

الف. هغه اعظمي ارتفاع چې جسم ورته رسيږي په لاس راوړئ.

ب. موقعيت او سرعت يې له 5sec څخه وروسته په لاس راوړئ.
ج. له څومره وخت وروسته ځمکې ته رارسيږي.
حل: الف. په تر ټولو لوړې نقطه کې $v = 0$ دی؛ نو :

$$y = \frac{v_0^2 - v^2}{2\,g} = \frac{\left(13\frac{m}{\sec}\right)^2 - 0}{2\,9.8\frac{m}{\sec^2}}$$

$$y = 8.6\ m$$

د ځمکې له سطحې څخه د جسم تر ټولو لوړه ارتفاع $300 + 8.6 = 308.6\ m$ ده.

ب.

$$y = v_0\ t - \frac{1}{2} g\ t^2$$

$$y = 13\frac{m}{\sec} \times 5\sec - \frac{1}{2} 9.8\frac{m}{\sec^2} \times 25\sec^2 = -57.5\ m$$

نو د ځمکې له سطحې څخه د جسم ارتفاع $308.6 - 57.5 = 251\quad m$ ده او په همدې ډول:

$$v = v_0 - g\ t = 13\frac{m}{\sec} - 9.8\frac{m}{\sec^2} 5\sec$$

$$v = -36\frac{m}{\sec}$$

جسم د $36\frac{m}{\sec}$ سرعت په درلودلو سره مخ پر ښکته حرکت کوي.
ج. د تر ټولو لوړې نقطې پورې وخت:

$$v = v_0 = g\ t = 0$$

$$t = \frac{v_0}{g} = \frac{13\frac{m}{\sec}}{9.8\frac{m}{\sec}} = 1.3\sec$$

د لوړې نقطې نه د ځمکې تر سطحې پورې وخت:

$$t = \sqrt{\frac{2\,y}{g}} = \sqrt{\frac{2\ 308.6m}{9.8\,\frac{m}{\sec}}} = 7.93\sec$$

مجموعي وخت $9.2\sec$ دی.

پوښتنه: يو جسم له $110m$ ارتفاع څخه د $40\frac{m}{\sec}$ لومړني سرعت په درلودلو سره په عمودي ډول پورته لوري ته گوزاريږي. له څومره وخت وروسته ځمکې ته رارسيږي. او همدارنگه له ځمکې سره يې د ټکر پر مهال سرعت څومره دی، که چېرې $g = \frac{10m}{\sec}$ وي.

ځواب: $v = 47.3m/\sec \qquad t = 8.6\sec$

3. ښکته لوري ته عمودي گوزارول (پرتاب)

که چېرې يو جسم د h له ارتفاع څخه د v_0 لومړني سرعت او د ځمکې له جاذبې سره هم جهته گوزار کړو؛ نو پردې حالت کې گوزار شوی جسم يو غير منظم مستقيم الخط تعجيلي حرکت لري؛ چې د حرکت او سرعت معادلې يې عبارت دي له:

$$h = y = v_0\,t + \frac{1}{2}\,g\,t^2$$

$$v = v_0 + g\,t$$

له دې ځايه لرو:

$$h = \frac{v^2 - v_0^2}{2\,g} \qquad (25-2)$$

که چېرې په $(25-2)$ اړيکه کې $v_0 = 0$ وي؛ نو لرو چې:

$$v = \sqrt{2\,g\,h}$$

پورتنۍ معادله د آزاد سقوط معادلې په څېر ده.

مثال: يو جسم له يوې ټاکلې ارتفاع څخه د $25\frac{m}{\sec}$ لومړني سرعت په درلودلو سره عموداً ښکته لوري ته گوزاريږي له $5\sec$ وخت تېرېدلو وروسته يې سرعت او واټن په لاس راوړئ.

حل:

$$v = v_0 + g\,t$$

$$v = 25\frac{m}{\sec} + 9.8\frac{m}{\sec^2}1.5\sec$$

$$= 39.7\frac{m}{\sec}$$

$$y = v_0\,t + \frac{1}{2}g\,t^2 = 25\frac{m}{\sec}1.5\sec + \frac{1}{2}9.8\frac{m}{\sec^2}(1.5\sec)^2$$
$$= 48.425\,m$$

پوښتنه: یو جسم د $25m$ ارتفاع څخه د $8\frac{m}{\sec}$ لومړني سرعت سره مخ په ښکته را گوزاریږي.

الف: له ځمکې سره د ټکر پرمهال یې سرعت پر لاس راوړئ. ځواب $23.5\frac{m}{\sec}$

ب. له څومره وخت وروسته ځمکې ته رسیږي. ځواب: $1.58\sec$

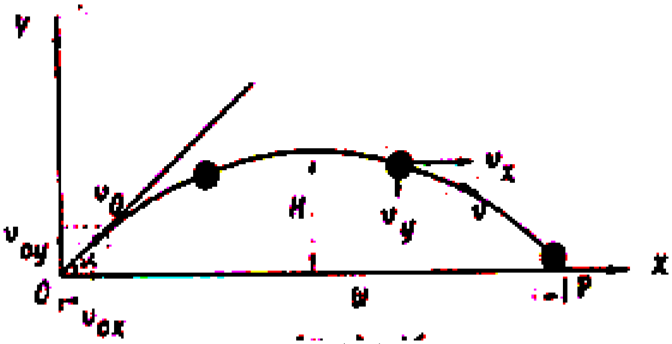
مایل پرتاب

جسم د v_0 لومړني سرعت په درلودلو سره گوزاروو، داسې چې د گوزاریدو نقطه د (X, y) قایمو مختصاتو مبداء وي او د ځمکې له سطحې سره د α یوه کیفي زاویه جوړه کړي، نو لیدل کیږي چې یاد جسم خپل منظم مستقیم الخط حرکت ته دوام نشي ورکولای. ځکه چې یاد جسم هره شېبه د ځمکې جاذبه تعجیل تر اغیزې لاندې دی، او د ځمکې خواته رالویږي؛ نو کولای شو د گوزار شوي جسم حرکت د دوو حرکتونو ترکیب چې یو یې پر محور منظم مستقیم الخط حرکت او بل یې د y محور پر جهت تاخیري حرکت دی، وبولو. یعنې کولای شو د (26) شکل پر اساس د v_0 سرعت وکتور په v_{0x} او v_{0y} دوو مرکبو باندې تجزیه کړو.

له دې شکل څخه لیدل کیږي چې:

$$v_{0x} = v_0\,Cos\,\alpha$$

$$v_{0y} = v_0\,Sin\,\alpha$$



(26) شکل

a هغه زاويه ده چې د جسم د ګوزاريدو مسير يې له X محور سره جوړوي. دا چې د ګوزار شوي جسم سرعت د محور پر جهت ثابت دی نو پر ياد محور د ګوزار شوي جسم سرعت او د حرکت معادلې عبارت دي له:

$$x = v_{0x}t = v_0 \, C0s\, \alpha \, t \qquad (26-2)$$

$$v_x = v_0 \, Cos\, \alpha \qquad (27-2)$$

دا چې ياد جسم د y محور پر جهت تاخيري متغير حرکت لري نو پر دغه محور د جسم سرعت او حرکت معادلې عبارت دي له:

$$y = v_{0y}\, t - \frac{1}{2} g\, t^2$$

$$y = v_0 \, Sin\, \alpha \, t - \frac{1}{2} g\, t^2 \qquad (28-2)$$

$$v_y = v_0 \, Sin\, \alpha - g\, t \qquad (29-2)$$

که چېرې د t قيمت له (2 – 26) معادلې څخه ومومو او بيا يې په (2 – 28) اړيکه کې وضع کړو نو لرو:

$$y = v_0 \; Sin\, \alpha \, \frac{x}{v_0 \; Cos\, \alpha} - \frac{1}{2} g \, \frac{x^2}{v_0^2 \; Cos^2 \; \alpha}$$

او يا:

$$y = \tan \alpha \; x - \frac{g}{2\, v_0^2 \; Cos^2 \alpha} x^2 \qquad (30-2)$$

(2 – 30) اړيکه د ګوزار شوي جسم د حرکت مسير (تګلوري) معادله ښيي له نوموړې معادلې څخه لېدل کيږي چې د ګوزار شوي جسم د حرکت تګلوري معادله پر مايل پرتاب کې له پارابولا څخه عبارت ده، د پرتاب واټن موندلو لپاره د پرتاب برد په

w ښودل کيږي. بايد د O او P نقطو کې د y قيمت صفر شي؛ نو له $(2-30)$ اړيکې څخه لرو.

$$\tan\alpha\, x - \frac{g}{2\, v_0^2\, Cos^2\alpha}\, x^2 = 0$$

له دې ځايه مومو:

$$X = W = \frac{v_0^2\ Sin\, 2\alpha}{g} \qquad (31-2)$$

$(2-31)$ اړيکه د X پر محور د پرتاب واټن ښيي، اوس غواړو وپوهيږو چې په کومه زاويه بايد جسم گوزار شي تر څو د گوزار شوي جسم د تګ نقطه د X پر محور له مبدا څخه تر ټولو زيات قيمت غوره کړي. د دې لپاره له $(2-31)$ اړيکې څخه د a تحول په پام سره مشتق نيسو او بيا يې له صفر سره مساوي کوو يعنې:

$$\frac{dW}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha}\left(\frac{v_0^2\ Sin\, 2\alpha}{g}\right) = 0$$

او يا:

$$\frac{dW}{d\alpha} = \frac{v_0^2\, 2Cos\, 2\alpha}{g} = 0$$

وروستۍ اړيکه هغه مهال رښتينې کيداى شي چې $Cos\ 2\alpha = 0$ وي او يا $2\alpha = 90^0$ او يا $\alpha = 45^0$ وي، په پايله کې که چېرې جسم په 45^0 زاويې سره مايلاً گوزار شي ياد جسم د X محور پر جهت د W_{max} اعظمي واټن وهي چې ياد واټن عبارت دی له:

$$W_{max} = \frac{v_0^2\ Sin\, 2(45^0)}{g} = \frac{v_0^2}{g} \qquad (32-2)$$

د جسم لوړې شوې ارتفاع موندلو لپاره بايد د گوزار شوي جسم سرعت پر ياده ارتفاع کې صفر شي يعنې:

$$v_y = v_0\ Sin\,\alpha - g\, t = 0$$

او يا:

$$v_0\ Sin\,\alpha = g\, t$$

له دې ځايه:

$$t = \frac{v_0\ Sin\,\alpha}{g}$$

په $(2-30)$ اړيکه کې د t قيمت په وضع کولو سره مومو.

$$y_{\max} = H = v_0 \, Sin\,\alpha \, \frac{v_0 \, Sin\,\alpha}{g} - \frac{1}{2} g \, \frac{v_0^2 \, Sin^2\alpha}{g^2}$$

$$= \frac{v_0^2 \, Sin^2\alpha}{2\,g} \qquad (33-2)$$

$(2-33)$ اړیکه د جسم لوړه شوې ارتفاع ښيي اوس غواړو هغه زاویه پـه لاس راوړو. که چېرې جسم پر هغې زاویې ګوزار شي د تر ټولو لوړې نقطې ته ورسیږي. د دې لپاره له $(2-33)$ اړیکې څخه د a متحول ته په پام سره مشتق نیسو او بیا یې له صفر سره مساوي کوو. یعنې:

$$\frac{dH}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha}\left(\frac{v_0^2 \, Sin^2\alpha}{2\,g}\right) = 0$$

او یا:

$$\frac{dH}{d\alpha} = \frac{v_0^2}{2g} 2\,Sin\,\alpha\,Cos\,\alpha = 0$$

$$\frac{v_0^2}{2\,g} \, Sin\,2\alpha = 0$$

دغه اړیکه هغه مهال ریښتینې کېدای شي چې:

$$Sin\,2\alpha = 0$$

$$\alpha = 90^0$$

وي. نو پوهیږو که چېرې د ګوزاریدو زاویه 90^0 وي ګوزار شوی جسم اعظمي ارتفاع د y محور پر جهت لرلای شي.

مناقشه (لنډیز)

1. کـه چېـري $\alpha = 90^0$ شــي، نــو پــر دې حالــت کــې د $(2-26)$, $(2-27)$ $(2-28)$ او $(2-29)$ معادلو څخه موندلای شو چې:

$$y = v_0\, t - \frac{1}{2} g\, t^2 \quad , \quad x = 0$$

$$v_y = v_0 - g\, t \qquad , \qquad v_x = 0$$

وروستۍ اړیکې پورته لوري ته د عمودي پرتاب حرکت او سرعت معادلې دي.

2. که چیرې $a = 0$ وي؛ نو د $(2-26)$,$(2-27)$,$(2-28)$ او $(2-29)$ معادلو څخه لرو چې:

$$x = v_0\, t \qquad , \qquad y = -\frac{1}{2} g\, t^2$$

$$v_x = v_0 \qquad , \qquad v_y = -g\, t$$

پورتنۍ اړیکې د ګوزار شوي جسم د سرعت او حرکت د معادلې پر افقي جهت دي.

مثال .یو جسم د $40\frac{m}{sec}$ لومړني سرعت او 50^0 زاویې باندې په مایل ډول ګوزاریږي.

الف. له څومره وخت وروسته پر ځمکې لګیږي.

ب. پر کوم واټن په افقي جهت له ځمکې سره ټکر کوي.

حل:

الف. له ځمکې سره د ټکر پر مهال یې $y = 0$ دی. نو د حرکت معادله د y محور پر جهت له صفر سره مساوي کوو. یعنې:

$$y = v_0\ Sin\,\alpha\ t - \frac{1}{2} g\ t^2 = 0$$

$$t = \frac{2\, v_0\ Sin\,\alpha}{g} = \frac{2\ 40\frac{m}{sec} \times 0.766}{9.8\frac{m}{sec^2}}$$

$$t = 6.25 sec$$

ب:

$$x = v_0\ Cos\ \alpha\ t$$

$$= 40\frac{m}{sec} \times 0.643 \times 6.25 sec$$

$$= 160\ m$$

پوښتنه: جسم پر 30^0 زاویه او $128\frac{m}{sec}$ لومړني سرعت سره په مایل ډول ګوزاریږي.

الف. جسم له څومره وخت وروست ځمکې ته رارسیږي.

ځواب: 13.06 sec

ب. هغه واټن چې جسم يې له افق سره وهي، په لاس راوړئ.

ځواب: $1447.8m$

ج. جسم پر کومه ارتفاع پورته ځي.

ځواب: $208.98\ m$

مثال: جسم د $20\frac{m}{\sec}$ سرعت او 40^0 زاويې سره مايل ګوزارېږي، پر کومه ارتفاع په يوه ديوال باندې چې $8m$ د ګوزارېدو نقطې څخه لرې پروت وي، لګېږي.

حل:

$$x = v_0\, Cos\,\alpha\, t$$

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha} = \frac{8m}{20\frac{m}{\sec}\times 0.766} = 0.52\sec$$

$$y = v_0 \sin\alpha\, t - \frac{1}{2} g\, t^2$$

$$= 20\frac{m}{\sec} 0.642 \times 0.52\sec - 4.9(0.2704) = 5.3518\, m$$

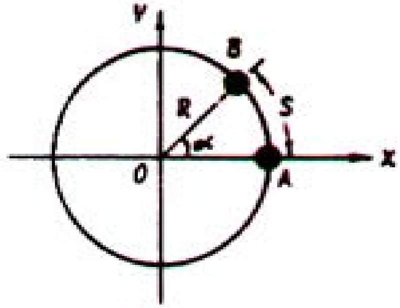
پوښتنه: يو توپ په 30^0 زاويې سره مايل ګوزارېږي او د يوې ودانۍ پرپام چې ارتفاع يې $5m$ او د ګوزارېدو له نقطې څخه يې واټن $20m$ دی، لګېږي د پرتاب لومړنی سرعت يې په لاس راوړئ.

ځواب: $20\frac{m}{\sec}$

۲.۸ دايروي حرکت

دايروي حرکت هغه حرکت ته ويل کېږي چې د جسم حرکت مسير يې يوه د R شعاع لرونکې دايره وي، اوس يوه دايره له R شعاع سره داسې په پام کې نيسو چې مرکز يې د (X,Y) مختصاتو پر مبدا کې پروت وي د (27) شکل غوندې. که چېرې يو د m کتلې لرونکی جسم د يوې دايرې د محيط د A پر نقطه داسې قرار ولري، چې د ګړۍ ستنې پر خلاف د دايرې پر محيط د حرکت پر حال کې وي؛ نو د t وخت په تېرېدلو سره وينو چې ياد جسم د B پر نقطه کې پروت دی، يعنې نوموړي جسم د $AB = S$ قوس د دايرې پر

مخ وهلې دی او یا یې د دایرې له مرکز سره $AOB=\alpha$ زاویه جوړه کړې ده. د جسم موقعیت کولای شو په هره شېبه کې د دایرې پر محیط د دایروي حرکت پر مهال دوهل شوي S قوس پواسطه او یا د α مرکزي زاویې پواسطه وټاکو. مخکې تردې چې دایروي حرکت وڅېړو. غواړو هغه مفاهیم تر څېړنې لاندې ونیسو چې کولای شو د هغو پواسطه دایروي حرکتونه تحلیل کړو.



شکل (27)

1. **د تناوب وخت یا پیریود**: د تناوب وخت له هغه وخت څخه عبارت دی. چې جسم پکښې د دایرې د محیط پرمخ یو بشپړ دور ووهي. که د (27) شکل پر مطابق جسم د محیط له یوې نقطې څخه په $t_1=0$ وخت کې پر حرکت پیل وکړي او له t وخت تېرېدو وروسته بېرته د A نقطې ته راورسیږي یعنې یو بشپړ دور او یا هم د دایرې بشپړ محیط ووهي، نو دا وخت په T سره ښیي او د حرکت د تناوب وخت په نوم یادیږي.

2. **فریکونسي** : هغه دورونه چې یو جسم یې په واحد وخت کې د دایرې مسیر پر مخ ترسره کوي، د جسم فریکونسي نومیږي. او په f ښودل کیږي. دې تعریف ته په پام سره فریکونسي د تناوب وخت د معکوس ده یعنې:

$$f=\frac{1}{T}$$

فریکونسي په Sec^{-1} اندازه کیږي چې Sec^{-1} $(Herzt)$ هرتز نومیږي.

3. **زاویوي سرعت** : مخکې مو ولوستل چې یو متحرک جسم د دایروي حرکت پر مهال د دایرې پر مرکز کې کیفي زاویې جوړوي، چې د دغو زاویو په مټ د دایروي محیط پر مخ د جسم موقعیت ټاکل کېدای شي. نو جسم په دایروي حرکتونو کې د ω زاویوي سرعت سره

حرکت کوي. منځنی زاويوي سرعت د $\overline{\varpi}$ د t_1 او t_2 وختونو تر منځ د زاويې بدلونونو له نسبت څخه يعنې: $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ او د وخت بدلون $\Delta t = t_2 - t_1$ څخه عبارت دی؛ نو:

$$\overline{\varpi} = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$$

په داسې حال کې چې α_1 هغه زاويه ده چې جسم يې د t_1 پر وخت کې جوړوي او α_2 هغه زاويه ده چې جسم يې پر t_2 وخت کې د دايرې پر مرکز کې رامنځته کوي. دايروي لحظوي سرعت عبارت دی له:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{t_2 - t_1} = \lim_{t \to 0} \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{d\alpha}{dt}$$

که چېرې جسم يو ځل دايره ووهي؛ نو پر دې صورت کې زاويه $2\,\pi\,Rad$ ده نو زاويوي سرعت يې مساوي کېږي په:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\,\pi\,f$$

د زاويوي سرعت واحد $\frac{Rad}{\sec}$ دی.

۴. خطي سرعت

برسېره پر دې چې جسم په دايروي حرکتونو کې د t پر وخت د a زاويه وهي، يو قوس هم د دايرې محيط پر مخ وهي. نو خطي سرعت په واحد وخت کې له وهل شوي قوس څخه عبارت دی. که چېرې وهل شوی قوس په S او خطي سرعت په v وښيو نو لرو چې:

$$v = \frac{S}{t}$$

د خطي سرعت واحدونه $\frac{m}{\sec}$ او $\frac{Cm}{\sec}$ وي.

۵. د دايروي حرکت معادله

هغه رياضيکي اړيکه چې په مټ يې کولای شو د حرکت نوعيت وټاکو د حرکت معادله نومېږي. دايروي حرکت هم کولای شو د حرکت معادلې پر اساس وټاکو داسې فرض کوو چې يو جسم د دايرې محيط پر مخ د t په شېبه کې د دايرې r شعاع سره په مرکز کې د α زاويه جوړوي، او د يادې زاويې په مخامخ کې د S وهل شوی قوس د دايرې پر محيط کې واقع دی؛ نو لرو چې:

$$S = \alpha\,R$$

ځرنګه چې $\alpha = \omega\,t$ ده؛ نو:

$$S = R\,\omega\,t \qquad (34 - 2)$$

(2 – 34) اړيکه د دايروي حرکت معادله ښيي چې د وخت لومړۍ درجه تابع ده، د (2 – 34) اړيکې په واسطه کولای شو د جسم خطي سرعت هم ومومو:

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt}(R\omega t)$$

$$v = R\omega$$

۲. زاويوي تعجيل

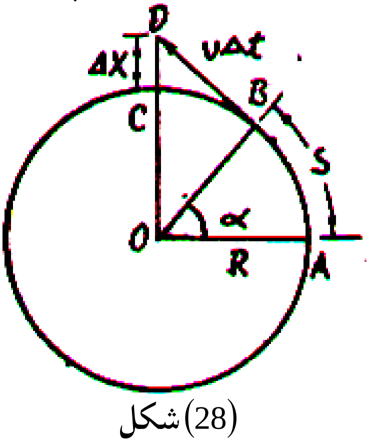
که چېرې د يوه جسم زاويوي سرعت وخت ته په پام سره ثابت نه وي؛ نو پردې صورت کې ياد جسم زاويوي تعجيل a_ω لري، که چيرې متحرک پر دايروي مسير باندې د t_1 پر وخت کې د ω_1 زاويوي سرعت او د t_2 پر وخت کې د ω_2 زاويوي سرعت ولري؛ نو د ياد جسم منځنی زاويوي تعجيل عبارت دی له:

$$\bar{a}_\omega = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

له دې ځايه لحظوي زاويوي تعجيل عبارت دی له:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

د زاويوی تعجيل قيمت موندلو لپاره د R شعاع لرونکې يوه دايره داسې په پام کې نيسو، چې پر محيط يې جسم د w زاويوي سرعت کې او د t وخت په تېرېدلو سره د S قوس ووهي، چې د (28) شکل پر اساس له A نقطې څخه د B نقطې ته ورسيږي.



(28) شکل

که چېرې په جسم باندې د B په نقطه کې کوم خارجي عامل عمل ونه کړي؛ نو ياد جسم خپل منظم حرکت ته د v خطي سرعت سره دوام ورکوي او د Δt وخت تېرېدلو

وروسته د دايرې له محيط څخه د D بهرنۍ نقطې ته رسيږي؛ خو په عمل کې وينو چې جسم د دايرې پر محيط پاته کيږي. نو پر ياد جسم باندې بهرنۍ عامل اغېزه کوي، تر څو Δx واټن له تعجيلي حرکت سره ووهي او د دايرې محيط C نقطې ته راکاږل کيږي نو د $\overline{BD}$ واټن:

$$BD = v\,\Delta t \qquad (35-2)$$

د $(2-35)$ معادلې په مټ وهي Δx واټن:

$$\Delta x = \frac{1}{2}\,a_{\omega}(\Delta t)^2 \qquad (36-2)$$

د $(2-36)$ معادلې پواسطه وهي، که چېرې د Δt قيمت له $(2-35)$ معادلې څخه په $(2-36)$ معادله کې وضع کړو نو لرو چې:

$$\Delta x = \frac{1}{2}\,a_{\omega}\,\frac{BD^2}{v^2}$$

له دې ځايه څخه:

$$a_{\omega} = \frac{2\,\Delta x\,v^2}{BD^2} \qquad (37-2)$$

د OBD مثلث څخه لرو:

$$BD^2 = OD^2 - OB^2$$

$$BD^2 = (R + \Delta x)^2 - R^2 = R^2 + 2\,R\,\Delta x + \Delta x^2 - R^2$$

دا چې Δx ډير وړوکی دی نو له $(\Delta x)^2$ څخه سترګې پټوو؛ نو:

$$BD^2 = 2\,R\,\Delta x$$

که چېرې د $\overline{BD}^2$ قيمت په $(2-37)$ اړيکه کې وضع کړو نو لاندې اړيکه ترېنه لاسته راځي:

$$a_{\omega} = \frac{2\,\Delta x\,v^2}{2\,R\,\Delta x} = \frac{v^2}{R}$$

دا چې $v = R\,\omega$ ده نو:

$$a_{\omega} = R\,\omega^2$$

د وروستۍ اړيکې پر مټ کولای شو د ځمکې چار چاپېره د سپوږمۍ تعجيلي حرکت وشمېرو. څرنګه چې د سپوږمۍ حرکت مدار د ځمکې شاوخوا تقريباً دايروي دی، چې د دايرې د مسير شعاع يې عبارت ده له:

$$R = 384.4 \times 10^3\ Km = 3.844 \times 10^{10}\,Cm$$

همدارنګه د ځمکې چارچاپېر د سپوږمۍ حرکت د تناوب وخت 27 ورځې 7 ساعته، 43 دقيقې او 20 ثانيې دی، يعنې $t = 2.3606 \times 10^6$ sec دی؛ نو لرو:

$$a_\omega = R\,\omega^2 = R\,\frac{4\,\pi^2}{T^2}$$

$$= \frac{4\,\pi^2\left(3.844 \times 10^{10}\,cm\right)}{\left(2.3606 \times 10^6\right)^2\ \sec^2}$$

$$= 0.273\,\frac{cm}{\sec^2}$$

د پورتني قیمت په پام کې نیولو سره کولای شو د ځمکې پر شاوخوا د سپوږمۍ خطي سرعت په لاندې ډول وشمېرو.

$$v = \sqrt{R\,a_\omega} = \sqrt{3.844 \times 10^{10}\ cm\ \ 0.273\,\frac{cm}{\sec^2}}$$

$$v = 1.023 \times 10^6\ \frac{cm}{\sec}$$

$$v = 1.023\ \frac{Km}{\sec}$$

۵. د تعجیل، خطي سرعت او زاویوي سرعت تر منځ اړیکه

الف. د خطي سرعت او زاویوي سرعت تر منځ اړیکه:

مخکې مو د یوه جسم لپاره چې د یوې دایرې پر محیط باندې دایروي حرکت کوي خطي سرعت او زاویوي سرعت په لاس راوړل او س یې غواړو د یادو سرعتونو ترمنځ اړیکه لاسته راوړو چې: $v = R\,\omega$

دغه معادله د خطي سرعت v او زاویوي سرعت w تر منځ اړیکه ښیي او اوس د حرکت معادله داسې په پام کې نیسو چې جسم د دایروي مسیر پر مخ د ΔS وړوکی قوس او یا د $\Delta\alpha$ وړوکې زاویه طی کړي؛ نو: $\Delta S = R\,\Delta\alpha$

له دې ځایه څخه: $\frac{\Delta S}{\Delta t} = R\,\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$

په حدي حالت کې که چېرې $\Delta t \rightarrow 0$ وي نو لرو چې:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0}\frac{\Delta S}{\Delta t} = R\lim_{\Delta t \rightarrow 0}\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$$

او یا:
$$\frac{dS}{dt} = R\frac{d\alpha}{dt} = R\frac{d}{dt}(\omega t)$$
په پایله کې لاسته راوړو چې:
$$v = R\omega$$
ب. د زاویوی تعجیل او خطي تعجیل تر منځ اړیکه: داسې فرض کوو د جسم زاویوي سرعت چې پر دایروي مسیر باندي په دوراني حالت کې دی د t_1 او t_2 دوو شیبو تر منځ د $\Delta\omega$ په اندازې سره بدلون مومي. په دې حالت کې خطي سرعت د Δv په اندازې سره بدلون کوي؛ نو:
$$\Delta v = R\,\Delta\omega$$
او یا:
$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = R\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$
په حدي حالت کې لرو:
$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} = R\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$
او یا:
$$\frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt}$$
او په پایله کې:
$$a_t = R\,a_\omega$$
وروستۍ اړیکه د a_ω زاویوي تعجیل او a_t خطي تعجیل تر منځ اړیکه ښیي. زاویوي تعجیل د شعاعي تعجیل په نوم هم یادیږي، ځکه چې د دغه تعجیل جهت تل د شعاع په لوروي او د دایرې مرکز ته موجه وي. په همدې ډول خطي تعجیل ته مماسي تعجیل هم وایي، ځکه چې د دایرې مسیر ته هم جهته او مماس دی.

۲.۹ د ثابت زاویوي تعجیل لرونکی دایروي حرکت

که چیرې په یوه دایروي حرکت کې د جسم زاویوي سرعت بدلونونه، وخت ته په پام سره ثابت وي؛ نو پردې حالت کې یې زاویوي تعجیل ثابت دی. د دې شرط پر بنسټ منځنی زاویوی تعجیل له لحظوي تعجیل سره مساوي وي؛ نو لرو:
$$a = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} \qquad (39-2)$$
که چیرې $t_1 = t_0$ لومړنی وخت، $\omega_1 = \omega_0$ لومړنی زاویوي سرعت او $\omega_2 = \omega$ زاویوي سرعت له $t_2 = t$ وخت وروسته وي. نو پردې حالت کې $(2-39)$ اړیکه په لاندې ډول اوړي.
$$a = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0}$$

او یا :

$$\omega = \omega_0 + a\ (t - t_0) \qquad (40-2)$$

که چېرې $t_0 = 0$ وي؛ نو:

$$\omega = \omega_0 + a\,t \qquad (41-2)$$

$(2-41)$ اړیکه د ثابت تعجیل لرونکي خطي حرکت معادلې $v = v_0 + a\,t$ سره تام مطابقت لري. که چېرې زاویوي تعجیل ثابت وي نو منځنی زاویوي سرعت کولای شو په لاندې ډول تعریف کړو.

$$\overline{\omega} = \frac{\omega_0 + \omega}{2}$$

ځرنگه چې $\alpha = \overline{\omega}\,t$ دی؛ نو :

$$\alpha = \frac{\omega_0 + \omega}{2}\,t \qquad (42-2)$$

د $(2-41)$ او $(2-42)$ اړیکو ځخه لرو :

$$\alpha = \frac{\omega_0 + \omega_0 + a\,t}{2}\,t$$

او یا :

$$\alpha = \omega_0\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2 \qquad (43-2)$$

که چېرې له $(2-41)$ اړیکې ځخه د t قیمت راواخلو او په $(2-42)$ اړیکې کې یې وضع کړو نو مومو چې:

$$\alpha = \frac{\omega + \omega_0}{2}\,\frac{\omega - \omega_0}{a}$$

$$\alpha = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\,a}$$

له دې ځایه:

$$\omega^2 + \omega_0^2 = 2a\alpha$$

مثال: $5rad$ په دور او 300 دوره په رادیان (rad) واړوئ؟

حل:

$$5\,rad == 5\,rad\,\frac{1\,rev}{2\,\pi\ rad} = \frac{5}{2\,\pi}\,rev$$

$$300\,rev = 300\ rev\,\frac{2\,\pi\ rad}{1\,rev} = 600\ \pi\ rad$$

پوښتنه: $720\ rpm$ په $\frac{rad}{\sec}$ واړوئ؟

ځواب $24\,\pi\,\frac{rad}{\sec}$

مثال: يو جسم د $2m$ شعاع لرونکې دايرې پرمخ ثابت حرکت کوي، که چېرې تعجيل يې $2\frac{m}{\sec^2}$ وي؛ نو زاويوي سرعت او خطي سرعت يې په لاس راوړئ؟

حل:

$$a = r\,\omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{a}{r} = \frac{2\frac{m}{\sec^2}}{2m}$$

$$\omega = 1\frac{rad}{\sec^2}$$

$$v = r\,\omega = 2m\,1\frac{rad}{\sec} = 2\frac{m}{\sec}$$

پوښتنه: يو جسم د $2m$ شعاع لرونکې دايرې پرمخ د $10\frac{rad}{\sec}$ زاويوي سرعت مشابه حرکت ترسره کوي، د تناوب وخت، فريکونسي، خطي سرعت او تعجيل يې په لاس راوړئ؟

ځواب:

$$T = 0.628\sec \quad , \quad f = 1.59\,Hz \quad , \quad v = 20\frac{m}{\sec} \quad , \quad a = 200\frac{m}{\sec^2}$$

پوښتنې

1. یو جسم د یو مستقیم خط په امتداد د $8\frac{m}{sec}$ لومړني سرعت په درلودلو او ثابت تعجیل سره په $40\sec$ کې $640m$ واټن وهي، په همدې $40\sec$ وخت کې یې منځنی سرعت، وروستی (نهایي) سرعت او تعجیل په لاس راوړئ؟

ځواب: $a = 0,4\frac{m}{\sec^2}$, $v = 24\frac{m}{sec}$, $\bar{v} = 16\frac{m}{sec}$

2. دوه ماشومان له دوو نقطو څخه په $100m$ واټن کې له یو او بل څخه لرې واقع دي بیا یو او بل ته مخامخ په منډو باندې پیل کوي، که چېرې د یوه سرعت $5\frac{m}{sec}$ او د بل سرعت $7\frac{m}{sec}$ وي؛ نو پر کوم واټن کې سره مخامخ کیږي.

ځواب. $41.6\,m$

3. یو موټر له سکون حالت څخه د $5\frac{m}{\sec^2}$ ثابت تعجیل په درلودلو سره په حرکت پیل کوي د $4\sec$ وخت تېرېدلو وروسته یې سرعت و مومئ او همدارنګه په همدې وخت کې څومره واټن وهلی شي.

ځواب: $x = 40\,m$, $v = 20\frac{m}{sec}$

4. یو ګاډی د ثابت تعجیل په درلودلو سره د A او B دوې نقطې چې $30m$ واټن لرې په $4\sec$ کې طی کوي، که چېرې د A په نقطه کې د ګاډي سرعت $5\frac{m}{sec}$ وي؛ نو د ګاډي سرعت او تعجیل د B په نقطه کې په لاس راوړئ؟

ځواب: $v = 10\frac{m}{sec}$, $a = 1.25\frac{m}{\sec^2}$

5. د یوه جسم سرعت د $70m$ واټن طی کولو نه وروسته د $6\frac{m}{sec}$ څخه $20\frac{m}{sec}$ ته رسیږي. تعجیل یې په لاس راوړئ، او همدارنګه هغه وخت په لاس راوړئ کوم چې یاد جسم پکې نوموړی واټن وهي.

ځواب: $t = 5.4\sec$, $a = 2.6\frac{m}{\sec^2}$

6. یوه طیاره له سکون حالت څخه په حرکت باندې پیل کوي خو له ځمکې څخه د لوړېدو مخکې $600m$ واټن په $12\sec$ کې وهي. تعجیل یې وموموئ. سرعت یې له $12\sec$ وروسته په لاس راوړئ او همدارنگه په 12 مه ثانیه کې څومره واټن وي.

ځواب: $y = 96m$, $v = 100\dfrac{m}{\sec}$, $a = 8.33\dfrac{m}{\sec^2}$

7. یو جسم له $30\dfrac{m}{\sec}$ سرعت سره په حرکت باندې پیل کوي او له 44 sec وروسته دریږي، تعجیل یې او هم هغه واټن چې له درېدا څخه مخکې یې وهلی دی په لاس راوړئ.

ځواب: $x = 661.76m$, $a = -0.68\dfrac{m}{\sec^2}$

8. یو موټر په $840\ Km$ واټن کې په داسې ډول حرکت کوي چې $\dfrac{1}{4}$ برخې واټن په $70\dfrac{Km}{hr}$ سرعت سره، $\dfrac{1}{3}$ برخې واټن په $140\dfrac{Km}{hr}$ سرعت سره او پاتې یې په $175\dfrac{Km}{hr}$ سرعت سره طی کوي، د گاډي منځنی سرعت معلوم کړئ؟

ځواب: $120\dfrac{Km}{hr}$

9. د اوسپنو یو کتار چې $200m$ اوږدوالی لري په $72\dfrac{Km}{hr}$ ثابت سرعت د یوه $5.8Km$ اوږدوالي لرونکي تونل څخه تیریږي. څومره وخت ته اړتیا ده چې کتار له تونل څخه بهر شي.

ځواب: $5\min$

10. یو موټر له یوه تونل څخه چې $2700m$ اوږدوالی لري، تیریږي. که چېرې د موټر ثابت سرعت $15\dfrac{m}{\sec}$ وي؛ نو پر څومره وخت کې موټر له تونل څخه بهر کیږي.

ځواب: $3\min$

11. یوه طیاره په 10:35 بجو د A له ښاره په ثابت سرعت حرکت باندې پیل کوي او د $500km$ واټن وهلو وروسته په 12:15 بجو د B ښار ته رسیږي. د یادې طیارې سرعت معلوم کړئ.

ځواب: $300\dfrac{km}{hr}$

12. په $c.g.s$ سیستم کې د حرکت معادله په $x = 2\,t^2 + 1$ ډول ورکړل شوې ده؛ منځنی سرعت یې له 1 څخه تر 2 ثانیو ، 0.1 تر 1.1 ثانیو او له 1 تر 1.01 ثانیو وختیزو وقفو کې معلوم کړئ.

ځواب: $\bar{v}_1 = 6\dfrac{m}{\sec}$, $\bar{v} = 4.2\dfrac{m}{\sec}$, $\bar{v}_3 = 4\dfrac{m}{\sec}$

13. یو موټر سایکل سپور د دوو ښارو تر منځ واټن په داسې ډول طی کوي چې $\dfrac{1}{4}$ برخې واټن په $25\dfrac{km}{hr}$ سرعت، $\dfrac{1}{3}$ برخې واټن یې په $60\dfrac{km}{hr}$ سرعت سره او پاتې نور په $40\dfrac{km}{hr}$ سرعت سره وهي، منځنی سرعت یې معلوم کړی که چېرې د دوو ښارونو تر منځ واټن $64km$ وي.

ځواب: $38.32\dfrac{Km}{hr}$

14. یو جسم چې د $13\dfrac{m}{\sec}$ سرعت په لرلو سره حرکت کوي او سرعت یې په هره ثانیه کې د $22\dfrac{m}{\sec}$ په اندازې سره د $6\sec$ وخت لپاره کمیږي. وروستی سرعت، منځنی سرعت او هغه واټن چې په یاد وخت کې یې وهي معلوم کړئ.

ځواب: $v = 1\dfrac{m}{\sec}$, $\bar{v} = 7\dfrac{m}{\sec}$, $x = 42\,m$

15. یو جسم له سکون حالت څخه د $5\dfrac{m}{\sec^2}$ ثابت تعجیل په درلودلو سره د $8\sec$ وخت پورې حرکت کوې او بیا په ثابت سرعت سره خپل حرکت ته دوام ورکوي، په $12\sec$ کې څومره واټن طی کولای شي.

ځواب: $320m$

16. یو جسم ته له $45m$ ارتفاع څخه آزاد سقوط ورکوو که چېرې $g = 10\dfrac{m}{\sec^2}$ وي.

الف. جسم په څومره وخت کې ځمکې ته رارسیږي.

ځواب: $3\sec$

ب. سرعت یې ځمکې ته د رارسېدلو په مهال څومره دی.

ځواب: $30\frac{m}{\sec}$

18. یوې تیږې ته له یوه برج څخه آزاد سقوط ورکوو چې په $4\sec$ کې ځمکې ته رارسیږي.

الف. د برج ارتفاع معلومه کړئ.

ځواب: $80m$

ب. سرعت یې ځمکې ته د رارسېدلو په مهال څومره دی. ځواب: $40\frac{m}{\sec}$

ج. له څومره وخت تېرېدلو وروسته تیږه نیمایي ارتفاع ته رسیږي.

ځواب: $2.8\sec$

د. تیږه په څومره وخت کې د ځمکې $20m$ واټن ته رسیږي.

ځواب: $3.46\sec$

ه. څومره وخت وروسته له ځمکې سره د تیږې لګېدلو غږ غوږونو ته رارسیږي. که چېرې د غږ سرعت په هوا کې $340\frac{m}{\sec}$ وي.

ځواب: 0.24

19. یو جسم د میز له سطحې څخه د $100\frac{cm}{\sec}$ لومړني سرعت سره په افقي ډول ګوزاریږي او د میز له پښې څخه $30m$ لرې لګیږي. د میز ارتفاع معلومه کړئ.

ځواب: $44.1cm$

20. یو جسم له $80m$ ارتفاع څخه د $30\frac{m}{\sec}$ لومړني سرعت سره په افقي ډول ګوزاریږي.

الف. څومره موده وروسته په ځمکې لګیږي.

ځواب: $4\sec$

ب. په څومره واټن کې له افق جهت څخه لرې ځمکې سره لګیږي.

ځواب: $1320m$

ج. له ځمکې سره د لګېدو په مهال یې سرعت معلوم کړئ.

ځواب: $332\frac{m}{\sec}$

21. جسم له ځمکې څخه په $30\frac{m}{sec}$ لومړني سرعت سره په عمودي بڼه پورته لوري ته گوزاريږي.

الف. په څومره وخت کې تر ټولو لوړې ارتفاع ته رسيږي.

ځواب: $3.06sec$

ب. هغه اعظمي ارتفاع ته چې جسم ور رسيږي، په لاس راوړئ.

ځواب: $45.91m$

ج. څومره موده وروسته بېرته د گوزارېدو نقطې ته رارسيږي. ځواب: $6.12\ sec$

د. څومره وخت وروسته يې سرعت $16\frac{m}{sec}$ کيږي. ځواب: $1.4sec$ خو که چېرې علامه منفي په پام کې ونيول شي نو $4.7sec$ کيږي.

22. د مريخ سطحې جاذبې تعجيل $4\frac{m}{sec^2}$ دی. که چېرې جسم د $10\frac{m}{sec}$ لومړني سرعت په لرلو سره د ځمکې له سطحې څخه پورته خواته گوزار شي.

الف. په څومره وخت کې تر ټولې لوړې ارتفاع ته رسيږي. ځواب: $2.5sec$

ب. هغه اعظمي ارتفاع چې جسم يې وهي په لاس راوړئ. ځواب: $12.5m$

ج. له $3sec$ تېرېدلو وروسته يې موقعيت او سرعت معلوم کړئ.

$$y = 12m \qquad , \qquad v = -2\frac{m}{sec}$$

23. د سپوږمۍ پر سطح کې جاذبه تعجيل $1.67\frac{m}{sec^2}$ دی. که چېرې يو څوک وکولای شي تر $12m$ ارتفاع پورې د ځمکې له سطحې څخه جسم په عمودي ډول گوزار کړي؛ نو نوموړی کس په څومره ارتفاع سره کولای شي جسم د سپوږمۍ پر سطح کې عموداً پورته خواته گوزار کړي. داسې وانگيرئ چې د ځمکې او سپوږمۍ پر سطحو کې لومړنی سرعت يو شان وي.

ځواب: $70.4m$

24. يو جسم له يو بالون څخه گوزاريږي او په $20sec$ کې ځمکې ته رارسيږي، د بالون ارتفاع وشمېرئ که چېرې:

الف. د بالون سرعت په هوا کې صفر وي.

ځواب: $1960m$

ب. که چېرې د غوځارېدو پر مهال د بالون سرعت پورته لوري ته $50\frac{m}{\sec}$ وي.

ځواب: $(-960m)$

25. يو توپ د برج له بام څخه چې $50m$ ارتفاع لري، د $20\frac{m}{\sec}$ لومړني سرعت سره عموداً پورته لوري ته گوزارېږي او د بيرته راگرځېدلو پر مهال له برج څخه ليرې کيږي او بلاخره ځمکې ته رارسيږي.

الف: څومره وخت تـه اړتيا ده تر څو توپ د گوزارېدو لـه نقطې څخه بېرته همـاغې نقطې ته راورسيږي. په همدې وخت کې يې سرعت هم معلوم کړئ. ځواب:

$$4.08\sec \quad , \quad v=-20\frac{m}{\sec}$$

ب: هغـه مجمـوعي وخـت پـه لاس راوړئ کـوم چـې تـوپ پکښـې بېرتـه ځمکـې تـه رارسيږي. اوهم يې ځمکې سره د لگېدلو پر مهال سرعت معلوم کړی.

ځواب: $37\frac{m}{\sec}$, $5.5\sec$

26. يو جسم د يوې ودانۍ له بام څخه چې $170m$ ارتفاع لري، په $40\frac{m}{\sec}$ لومړني سرعت باندې پـه داسې ډول غورځـول کيږي، چې لـه افق سره 30^0 زاويـه جوړوي؛ نـو پـه څومره وخت کې ځمکې ته رارسيږي.

ځواب: $4.18\sec$

27.يو جسم د $680\frac{m}{\sec}$ لومړني سرعت سره پـه داسې ډول گـوزارېږي، چې د افـق پـر لـور اعظمي واټن وهي.

الف. هغه اعظمي واټن چې د افق پر لورې طی کوي، په لاس راوړئ.

ځواب: $47183.7m$

ب. تر ټولو لوړه ارتفاع يې په لاس راوړئ.

ځواب: $11792.4m$

28. ثبوت کړئ ! که چېرې يو جسم په 60^0 زاويې او 30^0 زاويـې سره گـوزار شي دافـق پـر جهت يـو شـان واټـن طـی کـوي، دا هـم فـرض کـړئ چـې د دواړو زاويـو لپـاره لـومړنی سرعت مساوي وي.

29 ـ جسم له يوه برج څخه چې $25m$ ارتفاع لري د $80\frac{m}{\sec}$ لومړني سرعت او 25^0 زاويې سره په مايل ډول پورته لور ته غورځاريږي.

الف: په څومره وخت کې ځمکې ته رارسيږي او همدارنګه هغه واټن چې د افق پر لوري يې وهلی، په لاس راوړئ. ځواب: $x = 406\,m$, $t = 5.6\sec$

ب. د سرعت مقدار او جهت ځمکې ته د لګېدلو پر مهال معلوم کړئ.

ځواب: $\theta = -16^0$, $v = 75.5\frac{m}{\sec}$

30 ـ د يوې برېښنايي باد پکې د يوې پرې قطر $1.8m$ دی. که چېرې خطي سرعت يې $225\frac{m}{\sec}$ وي نو فريکونسي يې په لاس راوړئ. ځواب: $39.8Hz$

31 ـ د يوې ګړۍ د دقيقه ګرد عقربې سرعت $0.5\frac{mm}{\sec}$ دی. د عقربې اوږدوالی څومره دی.

ځواب: $28.66\,cm$

32 ـ يو جسم د يوه تار په يوه سر پورې چې $1m$ اوږدوالی لري، تړل شوی دی که چېرې فريکونسي يې $1200\,rpm$ وي، زاويوي سرعت، خطي سرعت او تعجيل يې په لاس راوړئ.

ځواب: $a = 16000\frac{rad}{\sec^2}$, $v = 40\,\pi\frac{m}{\sec}$, $\omega = 40\,\pi\frac{rad}{\sec}$

33. يو څرخ د يوې دايرې محيط پرمخ چې شعاع يې $3m$ ده، د $15\frac{m}{\sec}$ خطي سرعت په درلودلو سره حرکت کوي. زاويوي سرعت يې معلوم کړئ.

ځواب: $5\frac{rad}{\sec}$

34 ـ د يوه څرخ سرعت په $15\sec$ کې له سکون حالت څخه $30\,\pi\frac{rad}{\sec}$ ته رسيږي. له مرکز څخه په $3cm$ واټن کې يې زاويوي تعجيل او خطي تعجيل معلوم کړئ.

ځواب: $a_t = 6\,\pi\frac{cm}{\sec^2}$, $a_\omega = 2\pi\frac{rad}{\sec^2}$

35 ـ د يوه موټور زاويوي سرعت $1800rpm$ دی، له $2\sec$ وروسته $1200rpm$ ته رسيږي.

الف: زاویوی تعجیل يې څومره دی.

ځواب: $-10\pi \frac{rad}{\sec^2}$

ب: په یاد وخت کې يې د دورونو شمير معلوم کړئ. ځواب: $50\ rev$

36. یو ډسک په $5\frac{rad}{\sec}$ ثابت تعجیل سره دوران کوي.

الف. له سکون حالت څخه تر $8\sec$ پورې څومره دور وهي.

ځواب: $25.5\,rev$

ب. په دريمه ثانيه کې څومره دورونه وهلی شي.

ځواب: $2\,rev$

دريم څپرکی

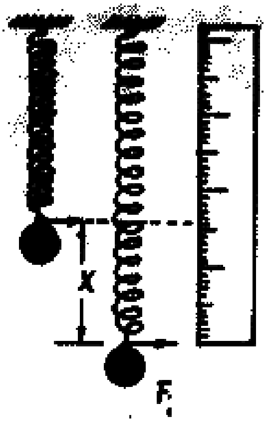
قوې

۳.۱ د قوې مفهوم

په دويم څپرکي کې مو د اجسامو هغه حرکتونه وڅېړل، کوم چې له يوه عامل پرته په حرکت پيل کوي او هم مو حرکتونو پورې اړونده قانونونه په بيلا بېلو معادلو کې وښودل؛ خو په ياد څپرکي کې د حرکت له عامل څخه هيڅ نوم وانه خستل شو او دا مو هم ونه ويل کوم لامل دی، چې متحرک جسم دروي. د پورتنيو پوښتنو د ځوابولو لپاره اړينه ده چې د قوې په نوم له يوه بل فزيکي کميت سره وپيژنو. هر هغه عامل چې متحرک جسم ساکن او يا هم ساکن جسم متحرک کوي، يا يې په سرعت کې بدلون راولي، يعني د جسم تعجيلي يا تاخيري حرکت لامل شي، قوه نوميږي. د قوې په مفهوم د لا ښه پوهاوي لپاره لاندې مثالونو ته ځير شئ ! د خپلې عضلاتي قوې پرمټ کولای شو يوه جسم ته له يوه ځای څخه بل ځای ته د ځای بدلون ورکړو. د همدې عضلاتي قوې پواسطه کولای شو يو جسم د ځمکې په جاذبه سيمه کې په يوې ارتفاع سره پورته کړو، برسېره پردې عضلاتي قوه د قوې يوازينۍ چينه نده بلکه د قوې نور ډولونه هم وجود لري، د مثال په ډول د ثقل قوه، اصطکاک قوه، ارتجاعي قوه، عطالتي قوه، بريښنايي قوه، مقناطيسي قوه او نورې. چې په راتلونکو درسونو کې يې هره يوه لولو. قوه يو وکتوري کميت دی چې مقدار، جهت او د اغېزې نقطه لري او د وکتورونو ټول قوانين پکښې پلي کېدای شي.

۱. د قوې اندازه کول

د يوه فنر پرمټ کولای شو قوه اندازه کړو. ددې کار لپاره د فنر يو سر په يوې نقطه پورې ټينګ تړو او پر بل سر پورې يې يوه عقربه نښلوو او د عقربې مخامخ يو درجه لرونکی خط کش ږدو، لکه په (29) شکل کې، که چېرې فنر د $\vec{F}_1$ قوې پواسطه کش کړو نو په دې صورت کې فنر د X_1 په اندازې سره اوږدېږي. که چېرې د $\vec{F}_1$ دوه چنده قوه پر فنر عمل وکړي نو د فنر اوږدوالی هم $2X_1$ ته رسيږي او که پر فنر درې چنده $\vec{F}_1$ قوه عمل وکړي نو د فنر اوږدوالی $3X_1$ کيږي. له دې ځايه دې پايلې ته رسيږو چې د فنر اوږدوالی له عاملې قوې سره متناسب دی.



(29) شکل

که چېرې قوه په $\vec{F}$ او د فنر د اوږدوالي زیاتوالی په X سره وښیو نو لرو چې:

$$F \approx x$$

او یا:

$$F = C\,x \qquad (1-3)$$

په $(3-1)$ معادله کې C ثابت دی چې عددي قیمت یې د فنر په ډول پورې تړاو لري او د فنر ثابت نومیږي. $(3-1)$ اړیکه د هوک $(Hooke)$ قانون په نوم یادیږي.

۲.۳ د نیوټن قوانین

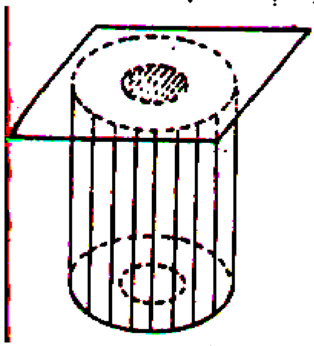
نیوټن د خپلو تجربو په نتیجه کې درې قانونونه په اثبات ورسول چې یاد قانونونه د کلاسیک فزیک عملي اساسات جوړوي.

د نیوټن لومړی قانون یا د عطالت قانون

که چېرې په یوه جسم باندې هیڅ ډول بهرنۍ قوه اغیزه ونه کړي؛ نو نوموړی جسم خپل حالت ساتي، یعنې که چېرې جسم د حرکت په حال کې وي؛ نو خپل منظم مستقیم الخط حرکت ته دوام ورکوي او که جسم د سکون په حال کې وي؛ نو خپل د سکون حالت ساتي، که چېرې په یوه جسم باندې قوه وارد نشي او جسم په حرکت کې وي؛ نو کوم لامل د زیات وخت لپاره د جسم حرکت سبب کیږي، دغه پوښتنه هغه مهال ځوابېدلای شي چې دا ومنو هر جسم د عطالت لرونکی دی، عطالت له هغه مقاومت څخه عبارت دی، چې یو جسم یې د هر حرکت په مقابل کې که څه هم د سکون حالت وي، له خپله ځانه وښیي یا هم په بل عبارت هیڅ یو جسم دې ته لېوااله نه دی چې د خپل حرکت او یا هم سکون حالت کې کوم بدلون راولي. ددې مسئلې د لا ښه توضیع لپاره لاندې مثالونه ولولئ.

لومړی مثال: که چېرې یو کس په یو موټر کې چې د سکون په حال کې وي، ولاړ وي او موټر ناڅاپه په حرکت پیل وکړي نو لیدل کیږي چې نوموړی کس شا لور ته لوېږي، ځکه چې د یاد کس پښې د موټر په تابع، حرکت باندې پیل کوي؛ خو له دې پرته د عطالت ځانګړتیا ته په کتو سره غواړي خپل د سکون حالت وساتي، د تعادل حالت وروسته یعنې هغه مهال چې موټر خپل مستقیم الخط حرکت ځانته غوره کړي؛ نو یاد کس د موټر په دننه کې د حرکت احساس نه کوي؛ خو که موټر یو ناڅاپه برک وکړي نو نوموړی کس مخ ته کش کیږي ددې لامل دا دی چې د یاد شوی کس پښې د موټر په تابع ساکنې دي او له دې پرته هم د عطالت خاصیت ته په پام سره غواړي خپل حرکت ته دوام ورکړي.

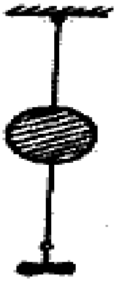
دویم مثال: په یو ښېښه یې لوښي د مثال په ډول یوه ګیلاس باندې یوه کاغذي پاڼه ږدو او ددې پاڼې پر مخ یوه فلزي سکه ږدو لکه د (30) شکل په څېر. که چېرې کاغذ له مستوي سره په موازي ډول په ډېر زیات سرعت سره کش کړو نو وینو، چې سکه لاندې لوېږي ځکه چې د عطالت خاصیت ته په پام سره سکه نه غواړي، خپل د سکون حالت له لاسه ورکړي؛ خو که چېرې کاغذ په ورو سره کش کړو؛ نو وینو چې سکه له کاغذ سره یو ځای حرکت کوي او په لوښي کې نه لوېږي.



دریم مثال: یوه درنه فلزي پنډوسکې (ګلوله) په یوه تار پورې نښلوو او هغه د (31) شکل په څېر په یوې نقطې پورې ټینګه تړو او د شکل غوندې یې د پنډوسکې لاندې ځای هم په تار پورې ټینګ نښلوو په دې شرط چې دواړه تارونه یو شان اوږدوالی ولري، که چېرې لاندینی تار په ډېرې چټکۍ سره لاندې کش کړو نو وینو چې لاندینی تار شلیږي، ځکه چې په یاد حالت کې پنډوسکې د سکون په حال کې واقع ده او د عطالت خاصیت ته په کتو سره غواړي، خپل د سکون حالت وساتي. مخکې له دېنه چې پنډوسکې په حرکت پیل وکړي، تار شلیږي؛ خو که چېرې لاندینی تار په ورو سره لاندې لور ته کش کړو. وینو چې په دې حالت کې پورتنی تار شلیږي. ځکه چې پدغه حالت کې د

کشش قوي پواسطه پنډوسکې ورو ورو د سکون حالت ځخه ووځي. يعنې هغه عطالتي مقاومت چې جسم يې له کشش قوي سره رامنځته کوي په ورو ورو له منځه ځي.

د پورتينو مثالونو ځخه دا پايله لاسته راځي چې ټول اجسام دې ته لېواله دي چې خپل لومړنی حالت وساتي.



شکل (33)

2. د نيوټن دويم قانون

په ورځني ژوند کې وينو، چې د يوه غټ جسم په حرکت راوستلو لپاره نسبت وړوکي جسم ته ډيرې قوې ته اړتيا پيښيږي او همدارنګه پوهيږو چې د همدې قوې په مټ کولای شو، وړوکی جسم په زيات سرعت سره په حرکت راولو. له دې ځايه وينو چې د اجسامو د تعجيل او د هغې قوې تر منځ چې پر اجسامو باندې تطبيق کيږي، يو ډول ارتباط وجود لري چې دا اړيکه د نيوټن دويم قانون په لاندې ډول تشريح کوي.

نيوټن له تجربو ځخه وموندله چې که په يوه جسم باندې د F_1 قوه عمل وکړي؛ نو ياده قوه جسم ته په خپل جهت کې د a_1 تعجيل ورکوي او که چېرې عاملې قوې پر جسم باندې دوه چنده شي؛ نو لاسته راغلی تعجيل يې هم دوه چنده کيږي.

که چېرې عامله قوې درې چنده، ځلور چنده... شي نو ليدل کيږي؛ چې د عامله قوه پر تناسب تعجيل هم درې چنده ،ځلور چنده...کيږي، که چېرې پر يوه جسم باندې عامله قوې $F_1, F_2, F_3 ... F_n$ وي؛ نو هغه تعجيل چې جسم يې د نوموړو قوو ځخه غوره کوي، $a_1, a_2, a_3 ... a_n$ دي. د نيوټن له تجربې ځخه دا پايله لاسته راځي چې پر يوه جسم باندې د عامله قوو او تعجيل نسبت سره مساوي دي يعنې:

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = ... = \frac{F_n}{a_n} = Const \qquad (2-3)$$

له پورتنۍ اړيکې ځخه دا نتيجه اخلو هغه تعجيل چې جسم يې د عاملې قوې پرمټ اخلي د عاملې قوې سره مستقيماً متناسب دی. که چېرې عامله قوه په F او لاسته

راغلی تعجیل یې په a سره وښیو نو لرو:

$$a \approx F$$

او یا:

$$a = k\,F \qquad (3-3)$$

K د تناسب ثابت دی او د جسم په عطالتي ځانګړنې پورې تړاو لري، K ثابت د جسم عطالت سره معکوساً متناسب دی. په هره اندازه چې د جسم عطالت زیات شي د K ثابت کمیږي. ددې لپاره چې د عطالت پر مفهوم لاښه پوی شو؛ نو باید دجسم کتله تعریف کړو. د جسم عطالتي کتله چې د جسم کتلې په نوم هم یادیږي. په پورته اړیکه کې د K تناسب ضریب له معکوس څخه عبارت ده. یا هم په بل عبارت په یوه جسم باندې د عاملې قوې پواسطه د لاسته راغلي تعجیل او عاملې قوې تر منځ ثابت نسبت ته د جسم کتله وایي او په m سره ښودل کیږي نو:

$$k = \frac{1}{m}$$

$(3-3)$ اړیکه په لاندې ډول اوړي:

$$a = \frac{1}{m}F$$

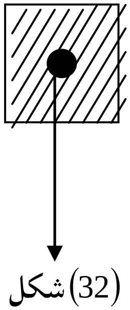
له دې ځایه:

$$F = m\,a \qquad (4-3)$$

$(4-3)$ معادله د نیوټن دوهم قانون نومیږي، $(3-4)$ اړیکه کولای شو په وکتوري بڼه هم ولیکو.

$$\vec{F} = m\,\vec{a} \qquad (5-3)$$

په $(3-5)$ اړیکه کې وینو چې د a تعجیل د F قوې هم جهته دی او د عامله قوې مقدار د لاسته راغلي تعجیل m چنده دی. که چېرې جسم د خپلې وزني قوې تر اغېز لاندې وي او په آزاد ډول سقوط وکړي؛ نو د (32) شکل په شان د g تعجیل ځانته غوره کوي. نو د پورته تعریف پر بنسټ باید د جسم w وزن او g تعجیل نسبت باید یو ثابت کمیت وي له دې ځایه کولای شو ولیکو:



(32) شکل

$$\frac{W}{g} = Const \qquad (6-3)$$

د تناسب دغه ثابت د ثقلي کتلې په نوم یادیږي او په m_g سره ښودل کیږي؛ نو:

$W = m_g\ g$

تجربې ښيي، چې د m عطالتي کتله او m_g ثقلي کتله تقریباً سره مساوي دي، یعنې:

$m \approx m_g$

د $F = m\,a$ معادلې څخه دا پایله لاسته راځي چې:

الف- د یوې ثابتې قوې عمل په نتیجه کې جسم تعجیلي حرکت ترسره کوي.

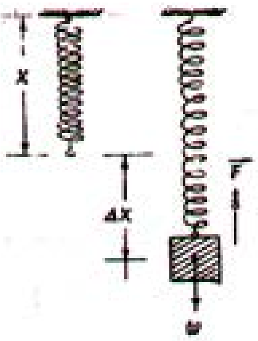
ب- د یوه متحرک جسم تعجیل په هغې باندې له عاملې قوې سره مستقیماً متناسب دی.

۲. د نیوټن دریم قانون یا د عکس العمل (غبرګون) قانون

که چیرې یو جسم پر بل جسم باندې قوه وارده کړي؛ نو دوهم جسم هم په لومړي جسم باندې په مخالف جهت هماغه مقدار قوه واردوي. په فزیک کې نوموړو دوو قوو ته عمل او عکس العمل وايي. د عمل او عکس العمل قانون دا څرګندوي چې:

هر عمل یو مساوي او مختلف الجهت عکس العمل لري. د مثال په ډول د (33) شکل په څېر یو جسم د W وزن په لرلو سره په یوه میز باندې ږدو؛ نو لیدل کیږي چې د جسم وزن جهت د ځمکې او یا هم د میز پر سطح باندې عمود لورته دی، یعنې جسم د میز پر سطح د W قوه واردوي او د تعادل په حالت کې د میز له لوري هم د W' مساوي قوه د W وزن په مخالف جهت باندې عمل کوي تر څو د نوموړو عاملو قوو محصله صفر شي او دا هغه مهال کېدای شي، چې په (33) شکل کې $\vec{W} = -\vec{W}'$ شي.

که چیرې د W عامله قوه د میز له مقاومت څخه لویه وي، په دې حالت کې کېدای شي میز مات شي، په همدې توګه که یو فنر په اوږدوالي سره د (34) شکل په څېر په پام کې ونیسو او یو سر یې په یوې نقطه پورې ټینګ وتړو او په بل سر پورې یې د w وزن ځوړند کړو. تر څو نوموړی وزن فنر د Δx په اندازې سره اوږد کړي، چې په دې حالت کې باید د فنر له لوري هم یو مخالف جهت لرونکې قوه د جسم په وزن عمل وکړي تر څو د یادو قوو محصله صفر شي او ځوړند شوی جسم له فنر سره د تعادل حالت غوره کړي چې په دې صورت کې $W = -F$ کیږي.



(34) شکل

چې F د ارتجاعي قوې په نوم یادیږي او د جسم W وزن خلاف جهت لري.

۳.۳ د کتلې او وزن مفهوم

د هغو مادي ذرو مجموعه چې جسم ترېنه منځته راغلی، د هماغه جسم کتله نومیږي او یا هم په یوه جسم باندې د عاملې قوې او ددې پواسطه د لاسته راغلې تعجیل تر منځ ثابت نسبت د جسم کتله نومیږي، یعنې د هغو مادي ذرو شمېر چې جسم یې جوړ کړی ثابت دی او د ځمکې تعجیل پرې باندې کومه اغیزه نه پرې باسي.

د یوه جسم وزن له جاذبه قوې څخه عبارت دی، چې د ځمکې له لورې د m کتلې لرونکي جسم باندې عمل کوي، د ځمکې له مرکز څخه په مختلفو ارتفاع ګانو کې جاذبه تعجیل متفاوت قیمتونه لري او هم په مختلفو عرض البلدونو φ کې مختلف قیمتونه ځانته غوره کوي د $W = mg$ معادلې څخه لاندې پایلې جوتیږي.

الف: د تجربې پر ځای کې د ځمکې جاذبې تعجیل g د ټولو اجسامو لپاره مساوي وي.

ب: د ځمکې په هره نقطه کې د جسم وزن یې له کتلې سره متناسب دی.

او س هغه جسمونه چې m_1, m_2 او m_3 کتلې لري په پام کې نیسو د ځمکې څخه په یوې ټاکلې ارتفاع کې نوموړي جسمونه د لاندې وزنونو لرونکي دي.

$$W_1 = m_1 g$$
$$W_2 = m_2 g$$
$$W_3 = m_3 g$$

له دې ځایه پوهیږو چې د اجسامو د وزنونو نسبت یې له کتلو سره متناسب دی یعنې:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{m_1}{m_2} \qquad (8-3)$$

$(3-8)$ اړيکې ته په پام سره ويلای شو چې په عمل کې د اجسامو کتلو اندازه کولو لپاره له تلو څخه کار اخستل کيږي. ځکه هغه تله چې د دوو وزنونو نسبت ټاکلی شي نو د کتلو نسبت هم ټاکلی شي.

د قوې واحدات

د $F = m\,a$ او $W = m\,g$ پواسطه کولای شو د قوې واحدونه په لاس راوړو.

۱. د مطلقه واحدونو سيستم

الف: د $M.k.S$ پر سيستم کې: په دغه سيستم کې د کتلې واحد (kg) کيلوګرام او د تعجيل واحد $\frac{m}{\sec^2}$ دی؛ نو د قوې واحد له $Kg\,\frac{m}{\sec^2}$ څخه عبارت دی، د قوې دغه واحد نيوټن $(Newton)$ هم نوميږي. نو:

$$1\,New = 1\,Kg\,\frac{m}{\sec^2} \qquad (9-3)$$

يو نيوټن هغه مقدار قوه ده چې په يو کيلوګرام کتلې لرونکي جسم باندې عمل کوي او هغه ته $1\,\frac{m}{\sec^2}$ تعجيل ورکوي.

ب: د $C.G.S$ سيستم کې: پدغه سيستم کې د کتلې واحد ګرام (gr) او د تعجيل واحد $\frac{cm}{\sec^2}$ دی نو د قوې واحد $gr\,\frac{cm}{\sec^2}$ دی. د قوې دغه واحد ډاين $(dyne)$ هم نوميږي. چې:

$$1\,dyn = 1\,gr\,\frac{cm}{\sec^2} \qquad (10-3)$$

يو ډاين هغه مقدار قوه ده چې په يو ګرام کتلې لرونکي جسم باندې عمل وکړي او هغه ته د $1\,\frac{cm}{\sec^2}$ په اندازې سره تعجيل ورکړي. $(3-9)$ او $(3-10)$ اړيکو ته په پام سره د نيوټن او ډاين تر منځ اړيکه عبارت ده له:

$$1N = 1Kg\,\frac{m}{\sec^2} = 10^3\,gr\,10^2\,\frac{cm}{\sec^2}$$

$$1N = 10^5\,Kg\,\frac{m}{\sec^2}$$

$$1N = 10^5\,dyne$$

له دې ځايه:

$$1dyne = 10^{-5}\,N$$

۲. د ثقل واحدونو سیستم

الف: د M, K, S پر سیستم کې: پدغه سیستم کې د قوې واحد کیلوګرام وزن (Kg^*) او د کتلې واحد (Kg) دی، یو کیلوګرام وزن هغه مقدار قوه ده چې په یو کیلوګرام کتلې عمل وکړي او هغې ته د $g = 9.80\ \frac{m}{\sec^2}$ په اندازې سره تعجیل ورکړي. نو:

$$1Kg^* = 1Kg\ 9.80\ \frac{m}{\sec^2} = 9.80\ N$$

ب: د $C.G.S$ پر سیستم کې: پدغه سیستم کې د قوې واحد ګرام وزن (gr^*) او د کتلې واحد (gr) دی. یو ګرام وزن هغه مقدار قوه ده چې په یو ګرام کتلې لرونکي جسم باندې عمل وکړي او هغه ته د $980\ \frac{cm}{\sec^2}$ په اندازې سره تعجیل ورکړي؛ نو:

$$1gr^* = 1gr\ 980\ \frac{cm}{\sec^2}$$

$$= 980\ dyn$$

مثال: د هغو اجسامو کتله چې $19.6N$ او $1960\ dyn$ وزن لري، په لاس راوړئ.

حل:

$$W_1 = m_1\ g$$

$$m_1 = \frac{W_1}{g} = \frac{19.6\ N}{9.8\frac{m}{\sec}} = 2\ Kg$$

$$m_2 = \frac{W_2}{g}$$

$$= \frac{1960}{980} = 2\ gr$$

پوښتنه: د هغو اجسامو وزن چې $1kg$ او $1gr$ کتلې لري په لاس راوړئ.

ځواب: $9.8N$, $980dyn$

مثال: په یوه $6Kg$ کتلې لرونکي جسم باندې یوه قوه د $2\sec$ لپاره عمل کوي او هغه جسم ته د $10m$ واټن په اندازې سره د ځای بدلون ورکوي.

الف. د تعجیل او قوې مقدار معلوم کړئ.

ب. له $2\sec$ وروسته يې سرعت څومره کيږي.

حل:

$$F = m\,a = 6\;Kg \times 5\frac{m}{\sec} = 30\;N$$

$$v = a\,t = 5\frac{m}{\sec} \times 2\sec$$

$$= 10\frac{m}{\sec}$$

پوښتنه: يو $200gr$ کتلې لرونکی جسم پر يوې افقي سطح باندې چې اصطکاک نه لري، پروت دی او په $10\sec$ کې ورباندې $50N$ قوه عمل کوي.

الف: د جسم تعجيل په لاس راوړئ.

ب: هغه واټن چې په ياده موده کې يې وهي، په لاس راوړئ.

ځواب: $x = 125\;cm$, $a = 2.5\times10^{4}\,\dfrac{cm}{\sec^{2}}$

مثال: د يوه $10kg$ کتلې لرونکي جسم د حرکت معادله $M.K.S$ سيستم کې په $x = 5\,t^{\frac{3}{2}} - 6t + 8$ ډول ورکړل شوېده. پر جسم باندې د $5\sec$ وخت تېرېدلو وروسته يې عامله قوه په لاس راوړئ.

حل:

$$v = \frac{15}{2}t^{\frac{1}{2}} - 6$$

$$a = \frac{15}{4}t^{-\frac{1}{2}}$$

$$a = \frac{15}{4\sqrt{5}} = 1.67\frac{m}{\sec^{2}}$$

$$F = m\,a = 10\;Kg \times 1.67\frac{m}{\sec^{2}} = 16.7\,N$$

پوښتنه: د يوه جسم د حرکت معادله د $x = 0.2\,t - 5\,t^{2} + 7.5\,t^{3}$ په بڼه ورکړل شوې ده. که چېرې د جسم کتله $300gr$ وي؛ نو له $5\sec$ وروسته پر ياد جسم باندې عامله قوه د $M.K.S$ پر سيستم کې په لاس راوړئ. ځواب: $64.5N$

مثال: يو جسم چې $80N$ وزن لري او د افق له سطحې سره يې 30^0 زاويه جوړه کړېده. يوه ثابته موازي قوه د مايلې سطحې په پورته لوري ورباندې عمل کوي، د غه قوه په هغه صورت کې په لاس راوړئ، چې د جسم حرکت لامل:

الف: پورته لورته $4\frac{m}{\sec^2}$ تعجيل وي.

ب: ښکته لورته د $4\frac{m}{\sec^2}$ تعجيل وي.

حل: الف:

$$F' = W\ Sin 30^0 = 40\ N$$

ب:

$$R = F - F' = m\ a$$

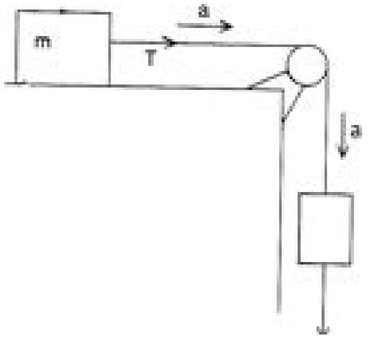
$$F = m\ a + F' = \frac{W}{g}\ a + F'$$

$$= \frac{80}{10} 4 + 40 = 72\ N$$

$$R = F' - F = m\ a$$

$$F = F' - m\ a = 8\ N$$

مثال: لاندې شکل په پام کې ونيسى او فرض کړى چې $m = 2\ Kg$ او $M = 4\ Kg$ دی، د کشش قوه او تعجيل په داسې ډول په لاس راوړئ چې د M کتله ښکته لورته د حرکت په حال کې وي.



حل: د m کتلې لرونکي جسم لپاره چې په افق سطحه او ښي لوري حرکت کوي، لرو چې:

$$T = m\ a$$

همدارنګه د M کتلې لرونکي جسم لپاره چې ښکته لورته حرکت کوي لرو:

$$R = W - T = M\ g - T = M\ a$$

په دغې اړیکه کې د T قیمت وضع کوو نو لرو چې:

$$M\ g = m\ a + M\ a$$

$$a = \frac{M}{m+M} g$$

$$a = \frac{4\,Kg}{(2+4)Kg} \times 9.8 \frac{m}{\sec^2} = 6.53 \frac{m}{\sec^2}$$

د a دغه قیمت په $T = m\ a$ اړیکه کې ږدو او مومو چې

$$T = ma = 2kg \times 6.53 \frac{m}{\sec^2} = 13.06N$$

پوښتنه: یو جسم چې $8.6kg$ کتله لري او د یوه تار پواسطه ټینګ تړل شوی دی او په یوې مایلې سطحه باندې چې 30^0 زاویه لري، واقع دی.

الف: په رسۍ کې د کشش قوه T په لاس راوړئ.

ځواب: $T = 42.14N$

ب: په جسم باندې وارده عمودي قوه معلومه کړئ.

ځواب: $N = F_1 = 73\ N$

ج: که چېرې رسۍ پرې شي؛ نو هغه تعجیل چې جسم یې غوره کوي په لاس راوړئ.

ځواب: $a = 4.9 \frac{m}{\sec^2}$

3 – 4: په دایروي حرکتونو کې قوه

مخکې مو ولوستل که یو جسم له زاویوي سرعت ω سره د R شعاع لرونکې دایرې پر محیط حرکت وکړي نو پردې وخت کې نوموړی جسم یو شعاعي تعجیل ځانته غوره کوي، چې جهت یې هم د دایرې مرکز لورته دی لکه په (35) شکل کې، که چېرې د جسم سرعت v او تعجیل یې a وي؛ نو لرو:

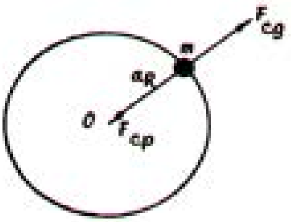
$$v = R\,\omega$$

او:

$$a = R\,\omega^2 \qquad (11-3)$$

د همدې تعجیل پر بنسټ جسم پر دایروي مسیر حرکت کوي. د نیوټن دوهم قانون ته په کتو هر تعجیل له ځانه سره یوه عامله قوه لري، هغه قوه چې د تعجیل لامل ګرځي،

مرکز ته د جذب قوه $(Centripetal)$



(35) شکل

نومېږي او په F_{cp} سره ښودل کېږي؛ نو:

$$F_{cp} = m\,a_R$$
$$= m\,R\,\omega^2 \qquad (12-3)$$

د F_{cp} قوې جهت تل د دایرې مرکز لور ته وي او د دایرې له محیط څخه د جسم له وتلو څخه مخنیوی کوي. د نیوټن د درېیم قانون ته په کتو یادې قوې سره یوه مخالف الجهته او مساوي قوه وجود لري، چې هغې ته له مرکز څخه د تیښتې قوه $(Centrifugal)$ وایې او په F_{cg} سره ښودل کېږي؛ نو:

$$\vec{F}_{cg} = -\vec{F}_{cp} = -m\,R\,\omega^2 \qquad (13-3)$$

اوس غواړو له مرکز څخه د تیښتې او جذب قوې لپاره ځینې مثالونه مطالعه کړو.

۱. پر جاذبه تعجیل g باندې د ځمکې دوران اغېز

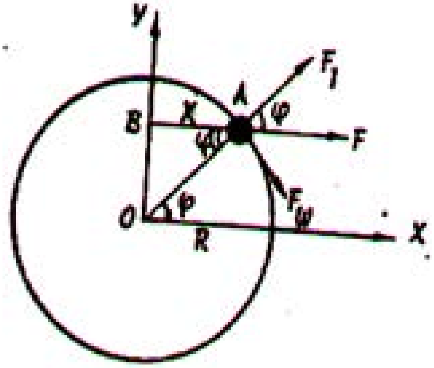
دا چې ځمکه د خپل محور پر شاوخوا دوراني حرکت تر سره کوي او د شاوخوا ټول اجسام خپل لور ته راکاږي؛ نو د ځمکې دا دوران د دې لامل کېږي تر څو هغه ټول شیان چې د ځمکې شاوخوا ته په مختلفو جغرافیایي عرض البلدونو φ کې پراته دي، په بېلا بېلو قوو سره ځانته راوکاږي. هغه جسم چې د ځمکې پرمخ پروت دی، په یو وخت کې دوې قوې ورباندې اغېزه لري، چې یوه یې له مرکز څخه د تیښتې قوه او بل یې د جسم وزن دی چې یو اځینی سبب یې د ځمکې جاذبه تعجیل دی، له مرکز څخه د تیښتې قوه چې پر جسم باندې د ځمکې پرمخ واقع ده. د دوران له شعاع سره مستقیماً متناسبه ده نو همدا لامل دی، چې له مرکز څخه د تیښتې قوه په استوا کې تر ټولو لوی قیمت او د g جاذبوي تعجیل تر ټولو وړوکی قیمت لري. که چېرې جسم د φ په عرض البلد کې پروت وي؛ نو پر دې صورت کې یې د دوران شعاع د ځمکې شعاع پر نسبت کوچنی ده او که چېرې جسم په قطبینو کې واقع وي؛ نو پر دې صورت کې جسم د دوران پر محور ځای

لري او د دوران شعاع يې صفر ده؛ نو له مرکز څخه د تيښتې قوه يې صفر کيږي او پر جسم باندې عامله قوه يوازې د ځمکې جاذبه قوه ده؛ نو له دې ځايه نتيجه اخلو چې:

الف: د استوا پر کرښه د ځمکې دوران شعاع اعظمي قيمت لري؛ نو د g جاذبه تعجيل تر ټولو وروکی قيمت لري.

ب: په قطبونو کې د ځمکې دوران شعاع صفر ده نو له مرکز څخه د تيښتې قوه هم صفر ده او د ځمکې جاذبه تعجيل تر ټولو لوی قيمت لري.

پر قطبونو کې د جسم وزن قيمت هم د $W = m\,g$ اړيکې څخه لاسته راځي داسې چې په پورته معادله کې m د جسم کتله او g په قطبونو کې د ځمکې جاذبه تعجيل دی. د φ په عرض البلد کې پر جسم باندې له مرکز څخه د تيښتې قوې مقدار کولای شو په دوو مرکبو چې يوه يې د ځمکې شعاع په امتداد او بله يې د ځمکې له سطحې سره مماس دی تجزيه کړو؛ لکه په (36) شکل کې.



(36) شکل

مخکې مو ولوستل که چيرې جسم د ځمکې پرمخ د φ په عرض البلد کې پروت وي، د دوران شعاع يې د ځمکې شعاع پر نسبت وړه ده؛ نو پر جغرافيايي عرض البلد φ کې د جسم وزن مساوي دی.

$$W_{\varphi} = W - F_1 \qquad (14-3)$$

دلته مو د ځمکې مرکز د (X, y) قايمو مختصاتو مبدا فرض کړی دی.

همدارنګه د φ په عرض البلد کې پر جسم باندې له مرکز څخه د تيښتې قوې مقدار عبارت دی له:

$$F = m\,x\,\omega^2$$

له AOB مثلث څخه لرو:

$$x = R\,Cos\,\varphi$$

نو:

$$F = m\,R\,\omega^2\,Cos\varphi$$

له (36) شکل څخه ليدل کيږي د F_1 قيمت چې د ځمکې شعاع په امتداد کې پروت دی له: $F_1 = F\ Cos\ \varphi$ سره مساوي دی. خو:

$$F_1 = m\,R\,\omega^2 Cos^2\varphi$$

په φ جغرافيايي عرض البلد کې د ځمکې تعجيل موندلو لپاره F_1 قيمت په $(3-14)$ معادله کې ږدو نو لرو چې:

$$m\,g_\varphi = m\,g - m\,R\,\omega^2 Cos^2\varphi$$

له دې څخه:

$$g_\varphi = g - R\,\omega^2 Cos^2\varphi$$

او يا:

$$g_\varphi = g - R\,\frac{4\,\pi^2}{T^2}\,Cos^2\varphi \qquad (15-3)$$

په $(3-15)$ معادله کې g_φ په جغرافيايي عرض البلد کې د ځمکې جاذبې تعجيل دی. $R = 6.37 \times 10^8\,cm$ د ځمکې شعاع ده او T د ځمکې د دوران تناوب زمان دی. دا چې ځمکه په يوه شپه او ورځ کې د خپل محور پر شاوخوا يو بشپړ دوره وهي؛ نو: $T = 24\,hour = 86400\sec$ کيږي. په $(3-15)$ معادله کې د پورته قيمتونو له وضع کولو وروسته لرو:

$$g_\varphi = g - \frac{4\,\pi^2}{(86400)^2}\,6.37\times10^8\,Cos^2\varphi$$

$$g_\varphi = g - 3.4\,Cos^2\varphi \qquad (16-3)$$

د $(3-16)$ اړيکې په مټ کولای شو د ځمکې جاذبې تعجيل قيمت په مختلفو جغرافيايي موقعيتونو او هم ددې په مرسته کولای شو د اجسامو وزن په مختلفو موقعيتونو کې وټاکو. څرنګه چې ځمکه په تقريبي ډول کروي فرض شوېده، په داسې حال کې چې په قطبينو کې سره يو څه ورغلې ده، او د ځمکې عمودي محور Y د افقي محور په نسبت $\frac{1}{300}$ ځلې وړوکی دی؛ نو د يو لړ فزيکي تجربو له مخې د ځمکې په بيلابيلو برخو کې، د ځمکې جاذبه تعجيل د رينښتيني قيمت موندلو لپاره، لاندې فورمول لاسته راغلی دی.

$$g_\varphi = g_{90^0} - 5\,Cos^2\varphi$$

g_{90^0} په قطبينو کې د ځمکې جاذبه تعجيل دی. تجربې ښيې چې په قطبينو کې د ځمکې جاذبه تعجيل تر ټولو لوړ قيمت لري او دا قيمت $983.2\,\frac{cm}{\sec^2}$ دی.

$$g_\varphi = 983.2 - 5\,Cos^2\varphi \qquad (17-3)$$

د $(3-17)$ اړيکې په واسطه کولای شو ، د ځمکې جاذبه تعجيل د مختلفو عرض البلد φ زاويو لپاره په لاس راوړو.

لومړی مثال: په 45^0 زاويه کې د ځمکې جاذبه تعجيل عبارت دی له:

$$g_{45^0} = 983.2 - 5\,Cos^2 45^0$$

$$= 983.2 - 2.5$$

$$= 980.7\,\frac{cm}{\sec^2}$$

د ځمکې جاذبې تعجيل د پورته قيمت پرمټ کولای شو د هغه جسم وزن وټاکو چې په 45^0 عرض البلد کې قرار لري.

ددې کار لپاره داسې فرض کوو چې د جسم کتله يو کيلوګرام ده. نو وزن يې پر دغه موقعيت کې عبارت دی له:

$$W_{45^0} = m\,g_{45^0} = 1000\,gr\,980.7\,\frac{cm}{\sec^2}$$
$$= 980.7\times10^3 dyn$$

$$= 1000.7\,gr^*$$

دويم مثال: کابل چې په $34^0 - 38' - 30''$ عرض البلد کې پروت دی د ځمکې جاذبه تعجيل يې عبارت دی له:

$$g_k = 983.2 - 5\cos^2\left(34^0 38'.30''\right)$$
$$= 983.2 - 5\cos^2\left(34.64^0\right)$$
$$= 983.2 - 3.35 = 979.8\,\frac{cm}{\sec^2}\ *$$

$$g_k = 979.8\,\frac{cm}{\sec^2}$$

نو که چېرې د جسم کتله يو کيلوګرام وي نو وزن يې عبارت دی له:

$$W_k = mg_k = 10^3\,gr 979.8\,\frac{cm}{\sec^2}$$
$$W_k = 979.810^3\,dyne = 998.8gr\ *$$

دريم مثال: په استوا کې د ځمکې جاذبه تعجيل په لاندې ډول لاسته راځي. څرنګه چې په استوا کې د ځمکې دوران شعاع اعظمي ده؛ نو $\varphi = 0$ کيږي او:

$$g_{\text{استوا}} = 983{,}2 - 5\cos^2 0^{o}$$

$$g_{\text{استوا}} = 978{,}2\ cm/sec^2$$

نو که چېرې د يوه جسم کتله يو کيلوګرام وي، وزن يې عبارت دی له:

$$W_{\text{استوا}} = m\,.g_{\text{استوا}} = 10^3\ gr.978{,}2\ cm/sec^2$$

= 998,1 gr*

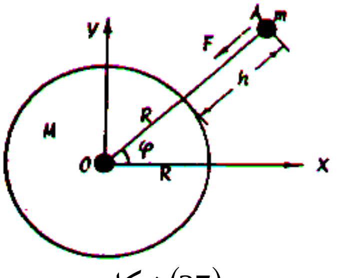
د پورتنيو مثالونو څخه دا په ډاګه کيږي، چې د استوا پر کرښه د اجسامو وزن او د ځمکې جاذبه تعجيل دواړه تر ټولو واړه قيمتونه لري.

2. د ځمکې له مرکز څخه په بيلا بيلو ارتفاع ګانو کې د ځمکې جاذبه تعجيل قيمت

د (37) شکل په څېر يو جسم چې د m کتله لري او د ځمکې له سطحې څخه يې د h په ارتفاع په φ جغرافيايي عرض البلد کې په پام کې نيسو. ځمکه چې د M کتله لري، د m کتلې لرونکی جسم د نيوټن د جاذبه قانون پواسطه چې له

$$F = G\frac{mM}{R^2} \qquad (18-3)$$

څخه عبارت دی ځانته راکاږي. له بل پلوه دغه جسم چې د ځمکې پر سطحه د φ جغرافيايي عرض البلد کې



(37) شکل

قرار لري د $F = m\,g_{\varphi}$ جاذبه قوې پواسطه ځمکې لور ته راکشوي، د نيوټن د عمل او عکس العمل قانون پر اساس ددغو دوو جاذبه قوو مقدار سره مساوي دی، يعنې:

$$m\,g_{\varphi} = G\frac{m\,M}{R^2}$$

له دې څخه:

$$g_{\varphi} = G\frac{M}{R^2} \qquad (19-3)$$

اوس نو موږ ی جسم د ځمکې له سطحې څخه د h په ارتفاع سره په پام کې نیسو، چې په دغه صورت کې د ځمکې له سطحې څخه په h ارتفاع کې د جاذبه تعجیل لپاره لرو چې:

$$g_{\varphi h} = G\frac{M}{(R+h)^2} \qquad (20-3)$$

په $(3-20)$ اړیکه کې $(R+h)$ د ځمکې مرکز او جسم تر منځ واټن دی د $(3-19)$ او $(3-20)$ معادلو له تقسیم حاصل څخه لرو چې:

$$\frac{g}{g_{\varphi h}} = \frac{M}{R^2}\,\frac{(R+h)^2}{M}$$

له دې ځایه څخه:

$$g_{\varphi h} = g\frac{R^2}{(R+h)^2} \qquad (21-3)$$

له$(3-21)$ اړیکې څخه کولای شو د ځمکې له مرکز څخه په مختلفو ارتفاع ګانو کې د ځمکې جاذبه تعجیل ومومو.

۳. د ځمکې پر شاوخوا د سپوږمکیو حرکت

څرنګه چې سپوږمکۍ د ځمکې پر شاوخوا تقریباً پر دایروي مسیر حرکت کوي. هغه کس چې په سپوږمکۍ کې دی، داسې انګیري چې سپوږمکۍ تل له ځمکې څخه مساوي واټن لري، یا په بل عبارت نو موږ ی کس ته داسې بریښي، چې سپوږمکۍ ځمکې ته ساکنه ده؛ خو په حقیقت کې په سپوږمکۍ باندې دوې قوې خپله اغېزه پرې باسي، چې یوه یې mg جاذبه قوه او بله یې له مرکز څخه د تېښتې قوه $mR\omega^2$ ده او دواړه یې په مخالفو جهتونو کې واقع دي.

څرنګه چې سپوږمکۍ هغه کس ته چې پکښې ناست دی، ساکنه بریښي؛ نو دواړه پورتنۍ قوې له یو او بل سره په توازن کې پرتې دي یعنې:

$$m\,g = m\,R\,\omega^2 \qquad (22-3)$$

دا چې $\omega = \dfrac{v}{R}$ کیږي او د سپوږمکۍ خطي سرعت دی؛ نو لرو:

$$g = \frac{v^2}{R}$$

له پورته اړیکې څخه جوتیږي، هغه کس او شیان چې د سپوږمکۍ په دننه کې پراته دي، د حرکت پر مهال وزن نه لري، ځکه چې $(3-22)$ اړیکې پر اساس د سپوږمکۍ وزن له مرکز څخه د تېښتې قوې سره مساوي دی او محصله یې صفر کیږي.

۴. سنتري فيوز $(centrifuges)$

په سنتری فیوژ کې له مرکز څخه د تیښتې قوې مقدار د زاویوي سرعت ω په زیاتېدو سره زیاتیږي، چې د دې مثال څخه په یوه مایع محلول کې، د مادې په جدا کولو کې کار اخستل کیږي، که چیرې نوموړی محلول متجانس وي، یعنې حل شوې ماده د مایع په ګردو نقطو کې په مساوي توګه توزیع شي، پر دغه حالت کې د مایع په دننه د یادې مادې پر هره ذره باندې جاذبه قوه عمل کوي؛ خو شمېر یې دومره هم نه دی چې یادې ذرې ښکته کېدلو ته اړباسي؛ نو که چیرې وغواړو د مادې ذرات له مایع څخه بیل کړو؛ نو باید داسې قوه تولیده کړو چې په پوره شمېر سره لویه وي، چې نوموړې قوې د هرې مادي لپاره مختلف قیمتونه لري، نوموړې قوې کېدای شي له مرکز څخه د تیښتې قوې وي چې د ذراتو کتلې تابع وي، او دویم شرط پکښې رښتیني شي د دغو قوو مقدار کېدای شي د زاویوی سرعت ω په بدلون سره بدلون ومومي. هغه آله چې کولای شو زاویوي سرعت ته پکښې بدلون ورکړو. سنتري فیوژ نومیږي.

هغه آلې چې په هره ثانیه کې له 2000 دورونو څخه زیات دوره وهي د الترا سنتری فیوژ په نوم یادیږي، که چیرې وغواړو پر یوې ذرې باندې وارده قوه په الترا سنتري فیوژ کې په لاس راوړو؛ نو په داسې ډول عمل کوو، څرنګه چې $\omega = 2\pi f$ کیږي نو:

$$\omega = 2\pi\, 2000 \frac{Rad}{\sec}$$

$$= 12.6 \times 10^3 \frac{Rad}{\sec}$$

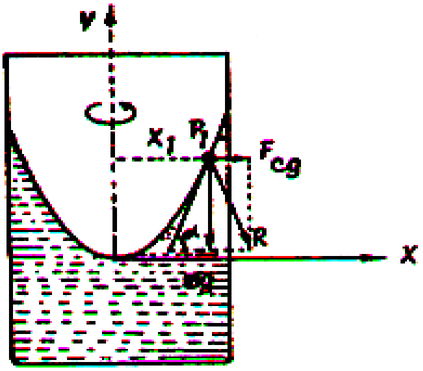
که چیرې د دوران له محور څخه د یوې ذرې واټن $R = 2\,cm$ وي نو له مرکز څخه د تیښتې تعجیل یې عبارت دی له.

$$a_{cg} = 3.2 \times 10^6 \frac{cm}{\sec^2}$$

که چیرې دغه تعجیل د ځمکې له جاذبه تعجیل $g = 980 \frac{cm}{\sec^2}$ سره پرتله کړو نو وینو چې a_{cg} ، 320000 ځلې د ځمکې له جاذبې تعجیل څخه لوی دی. نو هغه قوه چې په یوه جسم باندې په الترا سنتري فیوژ کې عمل کوي د هماغه جسم د وزن 32000 برابره ده.

۵. د يوې دوراني مايع د سطحې شکل ټاکل

که چېرې په يوه ښيښه يې استوانوي شکله لوښي کې يو مقدار اوبه واچوو او بيا يې د يوه موتور په وسيله په دوراني حرکت راولو؛ نو وبه وينو چې د څرخېدلو پر مهال په افقي ډول نه ليدل کيږي، ددې لپاره چې د هغې منحنې سطحې معادله، کومه چې اوبه يې رامنځته کوي، په لاس راوړو د (X, y) مختصاتو سيستم داسې په پام کې نيسو چې د y محور يې د استوانې دوران پر محور منطبق وي، لکه په (38) شکل کې:



(38) شکل

له تعادل وروسته د p_1 کيفي نقطه د اوبو پر سطحه ټاکو او مختصات يې پيدا کوو، دا چې د p_1 نقطه اختياري ده؛ نو لاسته راغلې نتيجه بايد د اوبو سطحې ټولو نقطو لپاره ريښتنې وي، هغه عامله قوې چې د p_1 پر نقطه کې پر ذرې باندې د $w = mg$ جسم وزن او له مرکز څخه د تيښتې قوې $F_{cp} = m\, x_1\, \omega^2$ څخه عبارت دي. د نوموړو دوو قوو محصله R کيږي، د تعادل پر صورت کې د اوبو ذرې د سکون په حال کې پاتې کيږي؛ نو د R محصله قوه پر اوبو باندې عمل کوي له (38) شکل څخه لرو:

$$\tan\alpha = \frac{m\,g}{m\,x_1\,\omega^2} = \frac{g}{x_1\,\omega^2} \qquad (23-3)$$

له بل پلوه پوهيږو چې

$$\tan\alpha = \frac{dx_1}{dy_1}$$

کيږي؛ نو:

$$\frac{dx_1}{dy_1} = \frac{g}{x_1\,\omega^2}$$

$$x_1\,dx_1 = \frac{g}{\omega^2}\,dy_1$$

$$dy_1 = \frac{\omega^2}{g} x_1 \, dx_1$$

دا چې د P_1 نقطه مو کيفي ټاکلې ده؛ نو د اوبو سطحې د ټولو نقطو لپاره لرو:

$$y_1 = \frac{\omega^2}{2g} x_1^2$$

د دې اړيکې څخه لاسته راځي چې:

$$y = \frac{\omega^2}{2g} x^2 \qquad (24-3)$$

په $(3-24)$ اړيکه کې $\frac{\omega^2}{2g}$ ثابت دی او هغه په C سره ښيو؛ نو:

$$y = C x^2 \qquad (25-3)$$

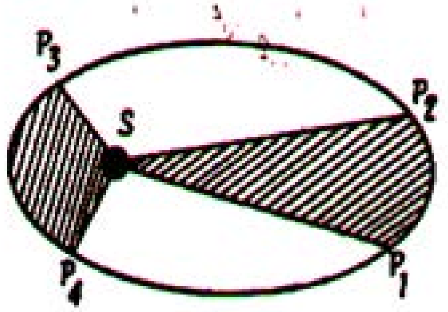
وروستۍ معادله د يوه پارابول معادله ده چې په پايله کې يې د دوراني مايع خپلواکه سطحه يو پارابولوئيد رامنځته کوي.

۳.۵ د کپلر قوانين او د نيوټن جاذبه قانون

الف. د کپلر قوانين

د پنځلسمې پېړۍ په وروستيو کې د نجوم مشهور عالم کپلر ($Kepler$) د تشيوبراهه ($TychoBrahe$) پواسطه د يو لړ نجومي څېړنو په ترڅ کې نړۍ ته لاندې درې قوانين وروپېژندل.

1. د لمر پر شاوخوا کې هره سياره په بيضوي مسير کې دوراني حرکت ترسره کوي داسې چې د بيضوي په يوه محراق کې لمر پروت وي.
2. د وکتور شعاع (د سيارې او لمر تر منځ نښلېدونکې کرښه) په مساوي وختونو کې مساوي واټن وهي. لکه په (39) شکل کې.



(39) شکل

3 ـ د دوو کيفي سيارو د بشپړ دوران دوران (تناوب وخت) مربعاتو نسبت د هماغو سيارو نيمايي اطول قطر د مکعباتو د مسيرونو له نسبت سره مساوي دی. که چېرې T_1 او T_2 د دوو سيارو د تناوب وختونه او a_1 او a_2 د همدغو سيارو د مسيرونو نيمايي اطول قطرونه وي؛ نو لرو:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

په عمومي توگه ليکلای شو چې:

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2} = ... = \frac{T_n^2}{a_n^3} = k$$

K يو ثابت کميت دی.

ب. د نيوټن جاذبه قانون

نيوټن خپل د جاذبې قانون د کپلر قوانينو پرمټ وړاندې کړی دی، د کپلر له قوانينو څخه دا پايله لاسته راځي، چې په هرې يوې سيارې باندې بايد يوه داسې قوه عمل وکړي، چې تل يې جهت يوې ثابتې نقطې ته وي او دا ثابته نقطه هم لمر دی. ددغې قوې موندلو لپاره د لمر پر شاوخوا د سيارو مسيرونه په دايروي ډول په پام کې نيسو، پدې حالت کې له لمر څخه د يوې سيارې واټن په r کتله يې په m او د لمر پر شاوخوا يې د تناوب وخت په T سره ښيو. نو هغه قوه چې د لمر پر شاوخوا د سياراتو دوارنې حرکت لامل کيږي، مرکز ته د جذب قوې بڼه لري، يعنې:

$$F_{cp} = m\,r\,\omega^2 \qquad (26-3)$$

دا چې په دايروي حرکتونو کې $\omega = \frac{2\pi}{T}$ دی نو

$$F_{cp} = m\,r\,\frac{4\pi^2}{T^2} \qquad (27-3)$$

له بل پلوه د سيارو مسير دايروي په پام کې نيول شوي دی؛ نو د کپلر دريم قانون په لاندې ډول ليکلای شو:

$$\frac{r^3}{T^2} = C$$

له پورتنۍ اړيکې څخه لرو چې:

$$T^2 = \frac{r^3}{C} \qquad (28-3)$$

$(3-28)$ اړيکې ته په کتو، $(3-27)$ اړيکه په لاندې ډول اوړي.

$$F_{cp} = \frac{4\pi^2 m C}{r^2}$$

په پورتنۍ اړیکه کې $4\pi^2 C$ ثابت دی او په C_1 سره یې ښیو؛ نو:

$$F_{cp} = C_1 \frac{m}{r^2} \qquad (20-3)$$

دا هغه قوه ده چې د لمر له لورې په هغې سیارې باندې عمل کوي، کوم چې له لمر څخه د r واټن او د m کتله لري او لمر یې په هره شېبه کې د نوموړې قوې پرمټ ځانته راکاږي. د نیوټن دریم قانون ته په پام سره نه یوازې لمر سیارې ځان لور ته راکاږي، بلکه هره سیاره هم په مساوي قوې سره لمر ځانته راکاږي، چې د غه قوې د مقدار له پلوه سره مساوي دي، که چېرې M_s د لمر کتله او r له کیفي سیارې څخه د لمر واټن وي؛ نو پردې صورت کې هغه قوه چې سیاره یې په لمر واردوي د لمر له کتلې M_s سره مستقیماً متناسب او له سیارې څخه د لمر واټن r مربعې سره معکوساً متناسب ده؛ نو لرو:

$$F_{pl} = C_2 \frac{M_s}{r^2} \qquad (30-3)$$

په داسې حال کې چې C_2 د تناسب ثابت دی او د بېلا بېلو سیارو لپاره بېلا بېل قیمتونه لري، پوهیږو هغه قوه چې لمر، سیاره پرې باندې ځانته راکاږي او هغه قوه چې سیاره یې پرمټ لمر د ځان لور ته پرې راکاږي د مقدار له پلوه سره مساوي یعنې $F_{cp} = F_{pl}$ دي؛ نو له $(3-29)$ او $(3-30)$ معادلو څخه لرو: $C_2 M_s = C_1 m$

او یا:

$$\frac{M_s}{m} = \frac{C_1}{C_2} \qquad (31-3)$$

$(31-3)$ اړیکه هغه مهال ریښتینې کېدای شي چې C_2، m سره متناسب او C_1، M_s سره متناسب وي او هم د دواړو تناسب ثابت سره مساوي وي، یعنې:

$$C_1 = G\,M_s$$

$$(32-3)$$

$$C_2 = G\,m$$

G د تناسب یو نوی ثابت دی، هغه قوه چې د لمر له لورې په m کتلې لرونکې سیارې باندې واردېږي او یا هم هغه قوه چې سیاره پرې باندې لمر راکاږي $(3-29)$، $(3-30)$ او $(3-31)$ معادلو ته په پام سره مساوي کېږي په:

$$F_{cp} = F_{pl} = G\frac{m M_s}{r^2} = F_g \qquad (33-3)$$

$(3-33)$ اړيکه چې د لمر پر شاوخوا د سيارو له حرکت څخه لاسته راځي د ټولو اجسامو لپاره د منلو وړ ده او د نيوټن جاذبه قانون نوميږي، چې وايي:

د m او M کتلو ترمنځ جاذبه قوه د m او M کتلو سره مستقيماً متناسب او د نوموړو د ثقل مرکزونو د واټن مربعې سره معکوساً متناسبه ده. د نيوټن د جاذبې قانون له مخې ويلای شو چې د يوه جسم وزن د ځمکې له جاذبې قوې څخه عبارت دی، چې پرمټ يې ځمکه جسم خپل ځانته راکاږي. که چيرې r د ځمکې له مرکز څخه د سپوږمۍ ثقل مرکز واټن، T ځمکې پر شاوخوا د سپوږمۍ تناوب زمان وي نو $(3 - 27)$ معادلې ته په پام سره د سپوږمۍ د شعاعي تعجيل مقدار چې جهت يې د ځمکې مرکز لور ته دی عبارت دی له:

$$a_r = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

دا چې د ځمکې له مرکز څخه د سپوږمۍ منځنی واټن $383930\ Km$ او د ځمکې پر شاوخوا د سپوږمۍ تناوب وخت $2360580\ \sec$ دی؛ نو:

$$a_r = 0.272\ \frac{cm}{\sec^2}$$

له بل پلوه د $(3-33)$ معادلې له مخې د ځمکې پر مخ د يوه جسم لپاره لرو.

$$W_R = F_{gR} = G\,\frac{m\,M}{R^2} = m\,g \qquad (34-3)$$

په پورته اړيکه کې M د ځمکې کتله، R د ځمکې شعاع او m د جسم کتله ده، پر همدغه جسم باندې د ځمکې له لورې په سپوږمۍ کې جاذبه قوه د $(3-33)$ معادلې پر بنسټ عبارت ده له:

$$W_R = G\,\frac{m\,M}{r^2} = m\,a_r \qquad (35-3)$$

دلته r د ځمکې له مرکز څخه د سپوږمۍ واټن دی. په ځانګړو حالتونو کې که چيرې m د سپوږمۍ کتله وي؛ نو د $(3-34)$ او $(3-35)$ اړيکو له تقسيم حاصل څخه لرو:

$$\frac{a_r}{g} = \frac{R^2}{r^2}$$

څرنګه چې $r = 60\,R$ ، $g = 980\ \frac{cm}{\sec^2}$ کيږي نو: $a_r = 0.272\ \frac{cm}{\sec^2}$

په $(3-33)$ رابطه کې G د نيوټن جاذبې ثابت دی. دا يو جهاني ثابت دی چې د اجسامو د کتلو او واټن تابع نه دی. د دغه ثابت قيمت په لومړي ځل په 1798 کال کې د کاونديش $(Cavendish)$ پواسطه په تجربوي ډول وموندل شو، چې مقدار يې عبارت دی له:

$$G = 6{,}67 \times 10^{-8} \frac{dyn\ cm^2}{gr^2}$$

۳.۲ د نيوټن جاذبې قانون کارونه

د نيوټن جاذبې قانون په مرستې سره کولای شو د سيارو کتلې ومومو. که M_e د ځمکې کتله وي چې د ځمکې مرکز يې هم منلای شو، m د يوه کيفي جسم کتله او r د ځمکې او جسم د ثقل مرکز تر منځ واټن وي. که چېرې جسم د ځمکې پر سطح او د ځمکې سطحې ته نږدې پروت وي؛ نو پردې حالت کې د r واټن د ځمکې له شعاع $r = R = 6400\ Km$ سره مساوي دی؛ نو هغه قوه چې يو جسم د ځمکې لور ته راکاږي عبارت ده له:

$$F_g = m\frac{G\,M_e}{r^2} = m\,a \qquad (37-3)$$

نو هغه تعجيل چې د m کتله يې ځانته غوره کوي مساوي کيږي په:

$$a = \frac{G\,M_e}{r^2} \qquad (38-3)$$

په $(3-38)$ معادله کې وينو، چې د m کتلې لرونکي جسم د a تعجيل يې خپل وزن او يا هغه جاذبه قوه چې جسم يې په يوه ټاکلي واټن کې د ځمکې له مرکز څخه لري ثابت دی او د جسم m کتلې او نورو ځانګړنو پورې هيڅ تړاو نلري. نو دا تعجيل د ټولو اجسامو لپاره يو شان دی. په $(3-38)$ رابطه کې a جاذبه تعجيل يعنې g دی نو جاذبه قوه د جسم W وزن سره مساوي ده يعنې:

$$F_g = m\,g = W$$

او يا

$$a = \frac{G\,M_e}{R^2} = g$$

اوس د وروستۍ اړيکې پواسطه د ځمکې کتله په خورا آسانی پيدا کوو.

څرنګه چې R ، g او G معلوم دی، نو له وروستی معادلې څخه لرو:

$$M_e = 5.98 \times 10^{27}\,gr$$

که چېرې ځمکه کروي فرض شي، نو د ځمکې حجم مساوي کيږي په:

$$V = \frac{4}{3}\pi\,r^3 = 1.1 \times 10^{27}\,cm^3$$

که چېرې د ځمکې کثافت په ρ سره وښيو لرو چې:

$$\rho = \frac{M_e}{V} = \frac{5.98 \times 10^{27} gr}{1.1 \times 10^{27} cm^3} = 5.52 \frac{gr}{cm^3}$$

د ځمکې پر مخ د ټولو تو کو منځنی کثافت له $2.5 \frac{gr}{cm^3}$ سره مساوي کيږي؛ نو ويلای شو چې د ځمکې داخلي توکو کثافت بايد له $5.52 \frac{gr}{cm^3}$ څخه لوی وي، دلته دې پايلې ته رسيږو چې د ځمکې داخلي برخه بايد د يو شمېر درنو عناصرو لکه اوسپنه،نکل او داسې نورو عناصرو څخه جوړه وي، همداسې کولای شو د لمر کتله هم پيدا کړو، هغه قوه چې د لمر له لوري په ځمکه وارديږي، مساوي کيږي په:

$$F_{cp} = m\,r\,\omega^2 = m\,\frac{4\,\pi^2}{T^2}\,r$$

په پورتنۍ اړيکه کې r د ځمکې او لمر تر منځ واټن، T د لمر پر شاوخوا د ځمکې تناوب زمان او m د ځمکې کتله ده او له بل لوري دغه قوه د لمر جاذبه قوې سره مساوي ده، کوم چې ځمکه پرې باندې د ځان لور ته راکاږي، يعنې:

$$F_g = G\,\frac{m\,M_s}{r^2} = m\,\frac{4\pi^2}{T^2}\,r = F_{cp}$$

M_e د لمر کتله ده؛ نو لرو چې:

$$M_s = \frac{4\,\pi^2}{G\,T^2}\,r^3$$

دا چې د ځمکې او لمر تر منځ واټن $1.49 \times 1^{13} cm$ ده؛ نو: $M_s = 1.98 \times 10^{33} gr$

د لمر او ځمکې له پرتله والي څخه دې پايلې ته رسيږو چې د لمر کتله د ځمکې له کتلې څخه 330000 ځلې لويه ده، دغه شمېرنه د نو رو سيارو لپاره هم رښتينې ده. څرنگه چې د لمر کتله د ځمکې کتلې څخه لويه ده نو په لمر کې جاذبه تعجيل له ځمکې څخه لوی دی، د لمر د جاذبه تعجيل قيمت موندلو لپاره يو د m کتلې لرونکی جسم لمر ته نږدې په پام کې نيسو. چې د لمر g_s جاذبه تعجيل پواسطه د لمر خواته جذب کيږي؛ نو لرو چې:

$$F_s = m\,g_s = G\,\frac{m\,M_s}{r^2}$$

او يا:

$$g_s = G\,\frac{M_s}{r^2}$$

r د لمر مرکز او جسم تر منځ واټن دی، په وروستۍ اړيکه کې د M_s، r او G

قيمتونو په وضع کولو سره لرو چې: $g_s = 6.67 \times 10^{-11} \dfrac{m^3}{Kg \sec^2} \dfrac{1.98 \times 10^{30} Kg}{\left(7 \times 10^8 m\right)^2}$

(r د لمر مرکز او سطحې تر منځ يې پروت واټن دی چې $7 \times 10^8 m$ دی)؛ نو اوس پوهيږو چې د لمر د جاذبه تعجيل قيمت د ځمکې له جاذبې تعجيل قيمت څخه لوی دی چې يوازينی لامل يې د لمر کتلې لوی والی دی. که چېرې د لمر او ځمکې د جاذبه تعجيل يو نسبت را منځته کړو؛ نو مومو چې: $g_s = 27.5 \; g_e$

له وروستی اړيکې پوهيږو، چې د لمر جاذبه تعجيل د ځمکې له جاذبه تعجيل څخه 27.5 ځلې لوی دی او له دې څخه نتيجه اخلو چې په لمر کې د يوه جسم وزن 27.5 ځلي په ځمکې کې د جسم له وزن سره مساوي کيږي.

مثال. د ځمکې شعاع $6370 Km$ ده او يو جسم $160 Km$ ارتفاع سره له ځمکې څخه پورته ليږدېږي، وزن يې په نوموړې ارتفاع کې څومره دی، که چېرې د همدغه جسم وزن د ځمکې پر مخ $20kg$ وي.

حل: که چېرې W_1 د ځمکې پر مخ د جسم وزن او W_2 په ورکړل شوې ارتفاع کې د جسم وزن وي؛ نو:

$$W_1 = G \frac{m\,M}{r^2}$$

$$W_2 = G \frac{m\,M}{(r+h)^2}$$

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{G \dfrac{m\,M}{(r+h)^2}}{G \dfrac{m\,M}{r^2}}$$

$$W_2 = \frac{r^2}{(r+h)^2} W_1$$

$$W_2 = \frac{r^2}{(r+h)^2} m\, g$$

$$= \frac{(6370\,Km)^2}{(6370+160)^2\,Km^2} 20\,Kg \times 9.8 \frac{m}{\sec^2} = 186.5\,N$$

پوښتنه: د ځمکې شعاع $6370\ Km$ او د مشتري شعاع $3440\,Km$ ده، که چېرې پر ځمکه کې د یوه جسم وزن $200N$ وي؛ نو پر مشتري کې یې وزن معلوم کړئ! که چېرې د مشتري کتله د ځمکې کتلې 0.11 ځلې وي.

ځواب: $75.4N$

7-3. اصطکاک او د اصطکاک قوې

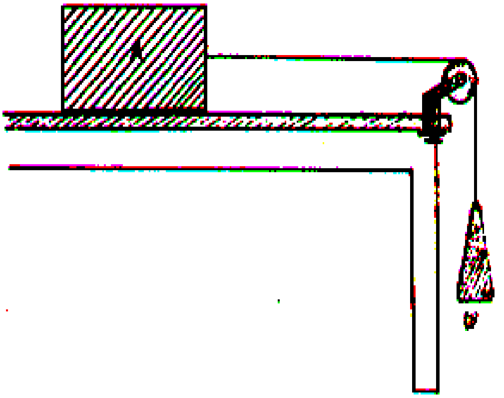
د ورځنیو تجربو په ترځ کې وینو که یوه پنډوسکې د یوې افقي سطحې پرمخ حرکت وکړي نو د یو څه واټن وهلو وروسته درېږي. خو که چېرې د نیوټن لومړي قانون ته ځیر شئ! نو یاد پنډوسکې باید خپل منظم مستقیم الخط حرکت ته تل دوام ورکړي او یا که یوه رقاصه په اهتزاز کې راولو نو وینو چې له یو څه وخت تېرېدلو سره له عمودي کرښې څخه د رقاصې واټن ورو ورو کمېږي او په پای کې هم درېږي؛ خو د میخا نیکي انرژي د تحفظ قانون ته په پام سره دلته پوتانسیلي انرژي په حرکي انرژي او برعکس اوړي؛ نو باید له عمودي کرښې څخه رقاصه په متناوب ډول خپل واټن ووهي او پر دغه واټن کې باید هیڅ توپیر رانشي؛ نو پر افقي سطحه باندې د پنډوسکې درېدلو او له عمودي کرښې څخه د رقاصې واټن له کمښت څخه دې پایلې ته رسیږو چې داسې یوه قوه وجود لري چې په مخالف جهت کې عمل کوي او دا قوه د اصطکاک قوه نومیږي، د اصطکاک قوه هغه مهال رامنځته کیږي چې یو جامد جسم پر بل جامد جسم؛ په یوې مایع او یا هم په یو غاز کې حرکت وکړي.

دلته غواړو چې د دوو جامدو جسمونو تر منځ اصطکاک وڅېړو. که چېرې دوه جسمونه پر یو او بل سره نښلېدلي وي نو پردې حالت کې د یادو جسمونو تر منځ موجود اصطکاک ستاتیکي اصطکاک او یا هم د سکون حالت اصطکاک نومیږي. که چېرې دوه جسمونه پر یو او بل سره ورغړیږي؛ نو یاد اصطکاک ته ډینامیکي اصطکاک وایي، چې لاندې یې هر یو په بشپړ تفصیل سره لولو.

۱. ستاتیکي اصطکاک

د جامدو جسمونو تر منځ د اصطکاک یوازینی لامل دا دی، چې د ټولو اجسامو د تماس سطحې هیڅکله هم سره یو شان ندي. نو کله چې یو جامد جسم پر بل جامد جسم باندې کشول کیږي؛ پردې حالت کې د نوموړو اجسامو سطحې پر یو او بل باندې اصطکاک تولیدوي خو ځیني وختونه د جامدو اجسامو سطحو ترمنځ ناهمواري دومره

زياته وي چې له امله يې جامد اجسام پر يو او بل حرکت نشي کولای؛ د (40) شکل غوندې. د A جسم د يوه مکعب مستطيل په ډول د يوې افقي سطحې پرمخ پرېږدو او ياد جسم د W په وزن د يو تار پواسطه پر يوه څرخ نښلوو، که چېرې د W وزن لږ وي؛ نو پر هغه حالت کې نشي کولای چې پر افقي سطحه باندې د A جسم پر حرکت راولي؛ نو پردې صورت کې د افقي سطحې او جسم سطحې تر منځ د اصطکاک قوه له هغې قوې څخه خورا لويه ده، کومه چې جسم راکشوي. که چېرې د W وزن ورو ورو زيات کړو نو وبه ليدل شي چې په يوه ټاکلي W_1 وزن سره د A جسم په يوه مستقيم الخط حرکت باندې پيل کوي؛ نو ستاتيکي قوه د مقدار له پلوه د W_1 وزن سره مساوي او جهت يې د جسم د حرکت په خلاف لوري دی.



(40) شکل

هر څومره چې د A جسم وزن زيات شي په هماغه شمېر سره ستاتيکي اصطکاک هم ډېرېږي؛ نو ويلای شو چې ستاتيکي قوه د هغې قوې سره مستقيماً متناسبه ده، کومه چې په متې يې د A جسم پر خپلې کښتنۍ برخې فشار واردوي (دا قوه د A جسم له وزن څخه عبارت ده)، که چېرې د مکعب مستطيل په مختلفو قاعدو سره پر افقي سطحه باندې پروت وي؛ نو وينو چې په هماغې قوې سره د W_1 جسم په حرکت پيل کوي؛ نو له دې ځايه څخه نتيجه اخلو چې ستاتيکي قوه له افقي سطحې سره د A جسم د تماس سحطې پراخې تابع نه ده او يوازې په هغې عمودي قوې پورې تړاو لري، چې ياد جسم يې پر افقي سطحه واردوي، که چېرې دا عمودي قوه په N او د اصطکاک قوه په F_s سره وښيو؛ نو لرو چې:

$$F_s \approx N$$

او يا:

$$F_s = k_s N$$

K_s د ستاتيکي اصطکاک ضريب دی او له يو بل سره د تماس سطحو په طبيعت او نوعيت پورې تړاو لري. K_s يو نه واحد لرونکی فزيکي کميت دی، ځکه چې N او F_s يو شان واحدونه لري.

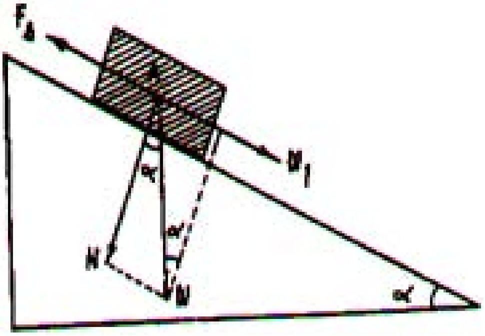
۲. ديناميکي اصطکاک

له تجربو څخه څرګند يږي، هغه دوه جسمونه چې د عمودي قوې تر اغېزې لاندې وي او يو بل ته مخامخ په حرکت راوستل شي نو هغه قوه چې د حرکت پر خلاف لوري کې رامنځته کيږي، د ديناميکي اصطکاک قوه نوميږي. دلته هم د پورتنۍ اړيکې په څېر لاندې معادله ريښتنې ده:

$$F_d = k_d \ N$$

پداسې حال کې چې F_d د ديناميکي اصطکاک قوه، k_d د ديناميکي اصطکاک ضريب دی. د k_s پر څېر داهم يو نه واحد لرونکی کميت دی. د ديناميکي اصطکاک قوه د ستاتيکي اصطکاک له قوې څخه کوچنۍ ده؛ نو د پورتينو اړيکو له پرتله کېدلو څخه لرو چې $k_d \rangle k_s$ دی، د ډيناميکي اصطکاک قوه هم د ستاتيکي اصطکاک قوې په شان د دوو جسمونو ترمنځ د تماس سطحې د پراخۍ تابع نده.

د ډيناميکي او ستاتيکي اصطکاک ترمنځ تو پيرکولای شو، د يوې مايلې سطحې پرمخ په داسې ډول توضيح کړو. د (41) شکل په څېر د A يو جسم چې د W وزن هم لري په يوې مايلې سطحه باندې چې له افق سره د a زاويه جوړوي، په پام کې نيسو که نوموړی جسم د سکون په حالت کې وي؛ نو بيا يې وزن پر دوو مرکبو، چې يوه يې په مايلې سطحه عمود يعنې $N = W \ Cos \ \alpha$ او بله يې له مايلې سطحې سره موازي يعنې $W_1 = W \ \ Sin \ \alpha$ ده، تجزيه کوو، W_1 هغه قوه ده چې د مايلې سطحې پر مخ د اصطکاک قوې په مقابل کې عمل کوي او د A جسم د حرکت لامل کيږي.



(41) شکل

زاويه تر هغه مهال پورې لويوو ، چې جسم په حرکت پيل نه وي کړی خو حرکت ته چمتو وي؛ نو پر دې صورت کې $W_1 = F_s$ کيږي.

يعنې: $W\ Sin\,\alpha = k_s\ W\ Cos\,\alpha$

له دې ځايه: $k_s = \tan\alpha$

که چېرې په يوې ټاکلې زاويې سره جسم په مايله سطحه باندې په حرکت پيل وکړي؛ نو حرکت يې تعجيلي دی، ځکه چې د حرکت له پيل نه وړاندې $W_1 = W\ Sin\,\alpha$ ، $F_s = k_s\ N$ سره مساوي دي؛ نو هغه مهال چې د A جسم په حرکت پيل وکړي؛ نو پر هغه شېبه کې د $F_d = k_d\ N$ وړوکي اصطکاک قوې سره کار لرو، چې دلته $W_1 \rangle F_d$ دی او د جسم حرکت تعجيلي دی اوس د مايلې سطحې زاويه تر هغه پورې کوچنۍ کوو چې جسم ځانته يو منظم مستقيم الخط حرکت غوره کړي، دغه زاويه په α' سره ښيو او لرو چې:

$$F_d = W_1$$

$$W\ Sin\,\alpha' = K_d\ W\ C0s\,\alpha'$$

له دې ځايه: $k_d = \tan\alpha'$

دا چې $\alpha' \langle \alpha$ ده؛ نو: $F_s \rangle F_d$

مثال: يو جسم چې $100N$ وزن لري. پر يوې افقي سطحه باندې له سکون حالت څخه په حرکت پيل کوي، که چېرې د جسم سطحې او افقي سطحې تر منځ د اصطکاک ضريب 0.25 وي او $40N$ قوه هم په افقي ډول په $3Sec$ کې پر جسم عمل وکړي؛ نو د جسم سرعت په لاس راوړئ.

حل:

$$F - F_d = R = m\,a$$

$$F - F_d = m\,a = \frac{W}{g}.a$$

$$a = (40 - 25)\frac{9.8}{100} = 1.47\frac{m}{\sec}$$

$$v = v_0 + a\,t = 4.41\frac{m}{\sec}$$

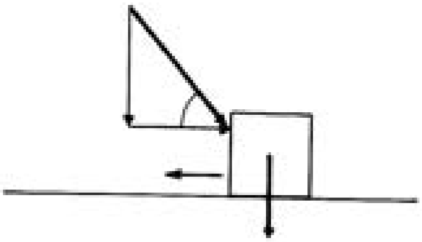
پوښتنه .الف: څومره افقي قوې ته اړتیا ده ترڅو یو جسم چې $100N$ وزن لري، د یوې افقي سطحې پرمخ چې د اصطکاک ضریب یې 0.2 دی، په ثابت سرعت سره په حرکت راولي.

ب: که چېرې د $300N$ وزن لرونکی جسم د $60N$ افقي قوې پرمټ په ثابت سرعت سره په حرکت پیل وکړي؛ نو د اصطکاک ضریب یې په لاس راوړئ.

ځواب.الف. $20N$. ب. 0.2

مثال: یو جسم چې $4N$ وزن لري، په افقي سطحې باندې د سکون په حالت کې قرار لري، د شکل په مطابق $20N$ قوه په 30^0 زاویې سره پرې باندې عمل کوي او د 3sec وخت په تېرېدلو سره یې سرعت $40\frac{m}{sec}$ ته رسیږي، د سطحو ترمنځ یې د اصطکاک ضریب په لاس راوړئ.

حل:



$$F_x = F\ Cos\,30^0 = 20\ N \times 0.866$$

$$= 17.3\ N$$

$$F_y = F\ Sin\,30^0 = 20\,N \times 0.5$$

$$= 10\ N$$

$$F_x - F_d = m\,a$$

$$v = v_0 + a\,t$$

$$a = \frac{v}{t} = \frac{40\,\frac{m}{\sec}}{3\sec} = 13.3\,\frac{m}{\sec^2}$$

$$N = W + F_y = (4+10)N = 14\,N$$

$$F_x - K_d N = m\,a$$

$$K_d = 0.85$$

پوښتنه: يو $20\,Kg$ کتلې درلودونکی جسم پر افقي سطح باندې پروت دی او د F قوه د پورتني شکل غوندې په 30^0 زاويې سره عمل پرې کوي، که چېرې د جسم حرکت په مقابل کې د اصطکاک قوه $30N$ وي.

الف ـ د F عامله قوه هغه مهال په لاس راوړئ، چې جسم په ثابت سرعت سره په حرکت پيل وکړي.

ځواب: $34.6N$

ب: د F عامله قوه په لاس راوړئ، که چېرې جسم د $0.4\,\frac{m}{\sec^2}$ تعجيل په درلودلو سره، په حرکت باندې پېل وکړي.

ځواب: $43.9N$

مثال: د $100N$ وزن لرونکی جسم په يوې مايلې سطحه باندې، چې د ميل زاويه يې 30^0 ده، د سکون په حالت کې قرار لري، که چېرې د سطحو تر منځ يې د ښوئېدونکي اصطکاک ضريب 0.25 وي؛ نو د مايلې سطحې لپاره څومره موازي قوې ته اړتيا ده تر څو جسم د مايلې سطح پر مخ ښکته لوري ته په ثابت سرعت په حرکت پيل وکړي.

حل:

$$R = F - \left(F' + F_d\right) = m\,a = 0$$

$$F = F' + F_d = F' + K_d N$$

$$= W\ Sim30^0 + 0.25\,W\ Cos\,30^0$$
$$= 100\,N\ 0.5 + 0.25\,100\ N \times 0.866 = 71.65\ N$$

پوښتنه: يو جسم د يوې مايلې سطحې پرمخ چې د ميل زاويه يې 30^0 ده، مخ پر ښکته لورې حرکت کوي، که چېرې د ښوئېدونکې اصطکاک ضريب يې 0.2 وي، نو د جسم تعجيل په لاس راوړئ. ځواب: $3.2\,\dfrac{m}{\sec^2}$

پوښتنې

1. يو جسم چې $2kg$ کتله لري، $6N$ قوه وربانديې عمل کوي، تعجيل يې په لاس راوړئ. که چېرې قوه $8000dyn$ شي؛ نو تعجيل به څومره وي.

ځواب: $a_1 = 3\dfrac{m}{\sec}$, $a_2 = 4\dfrac{cm}{\sec^2}$

2. هغه قوه په لاس راوړئ چې په يوه $12N$ وزن لرونکي جسم عمل کوي او هغه ته $8\dfrac{m}{\sec^2}$ تعجيل ورکړي؟

ځواب: $9.8N$

3. په يوه جسم بانديې چې کتله يې $0.5Kg$ ده، يوه قوه عمل کوي او سرعت يې په $2\sec$ کې د $7\dfrac{m}{\sec}$ څخه $3\dfrac{m}{\sec}$ ته رسوي، ياده قوه په لاس راوړئ.

ځواب: $(-10N)$

4. يو موټر چې $900\ Kg^{*}$ وزن لري، په $4\sec$ کې خپل سرعت $80\dfrac{Km}{hr}$ ته راټيټوي. هغه قوه چې د موټر پر بريک عمل کوي، ومومئ!

ځواب: $F = 50N$

5. يو جسم چې $800N$ وزن لري په $72\dfrac{Km}{hr}$ سرعت سره حرکت کوي. څومره قوه بايد پرې بانديې عمل وکړي تر څو له $270m$ واټن وهلو وروسته ساکن شي.

ځواب: $(-72N)$

6. په يوه الکترون بانديې چې کتله يې $9.1\times10^{-31}Kg$ ده، يوه ثابته قوه عمل کوي او الکترون ته له سکون حالت څخه تر $0.8cm$ واټن پورې $5\times10^{7}\dfrac{m}{\sec}$ سرعت وربښي، عامله قوه په لاس راوړئ او همدارنګه هغه د الکترون له وزن سره پرتله کړئ؟

ځواب: $\dfrac{F}{W} = 1.6\times10^{16}$, $F = 1.42\times10^{-13}N$

7. په يوه جسم بانديې چې $5Kg$ کتله لري، $1N$ قوه وربانديې عمل کوي. معلومه کړئ چې سکون حالت څخه په $10\sec$ کې څومره واټن وهلی شي.

ځواب: $10m$

8. یو جسم چې $300N$ وزن لري، د $36\frac{km}{hr}$ سرعت په درلودلو د حرکت په حال کې دی، څومره قوې ته اړتیا ده تر څو یاد جسم له $5\sec$ وخت تېرېدلو وروسته ساکن کړي، همدارنګه د سکون حالت پورې څومره واټن وهلی شي.

ځواب: $F = -61.2\ N$, $x = 25\ m$

9. په یو جسم چې $24N$ وزن لري، $6N$ قوه وربانديې عمل کوي، تعجیل یې په لاس راوړئ او همدارنګه په څومره وخت کې $200m$ واټن وهلی شي.

ځواب: $t = 12.8\sec$, $a = 2.45\frac{m}{\sec^2}$

10. د A موټر $3000kg$ کتلې په درلودلو او د B موټر د $2400kg$ کتلې په درلودلو سره، په یوه وخت کې له یوې سیمې څخه په حرکت پیل کوي، د A موټر د $1500N$ قوې او د B موټر د $3600N$ قوې په مټ حرکت کوي.

الف: د هر یو موټر تعجیل ومومئ.

ب: له څومره وخت وروسته د دواړو موټرونو تر منځ واټن $200m$ کیږي.

ج: پر همدې وخت کې د هر یو موټر سرعت باید څومره وي.

ځواب: $a_B = 1.5\frac{m}{\sec^2}$, $a_A = 0.5\frac{m}{\sec^2}$

ب- $t = 20\sec$

ج- $v_B = 30\frac{m}{\sec}$, $v_A = 10\frac{m}{\sec}$

11. یوه طیاره له سکون حالت څخه د رنوې پر مخ په حرکت پیل کوي، له رنوې څخه د پورته کېدلو لپاره $2.3\ \frac{m}{\sec^2}$ تعجیل اخلي، د طیارې پر موتور $1.4\times10^5 N$ قوه وارد کیږي؛ نو د طیارې وزن په لاس راوړئ.

ځواب: $5.968\times10^5 N$

12. د دوو جسمونو تر منځ جاذبه قوه په لاس راوړئ چې کتلې یې $90kg$ او $40\ cm$ په واټن کې سره پرتې وي.

ځواب: $3.3767\times10^{-6} N$

13. که چېرې د ځمکې شعاع $6370\ Km$ وي؛ نو د ځمکې کتله په لاس راوړئ.

ځواب: $6\times10^{18} Kg$

14. جسم چې $100\ N$ وزن لري، په يوې افقي سطحه باندې د سکون په حالت کې پروت دی، $31N$ اصغري قوه کولای شي، چې جسم په حرکت راولي او $24N$ اصغري قوه کولای شي، جسم په يو نواخت حرکت کې وساتي، د سکون حالت او ښوئيدونکي حالت د اصطکاک ضريبونه په لاس راوړئ.

ځواب: $K_d = 0.24$, $K_s = 0.31$

څلورم څپرکی

کار، انرژي او مومنتم

۴.۱ کار

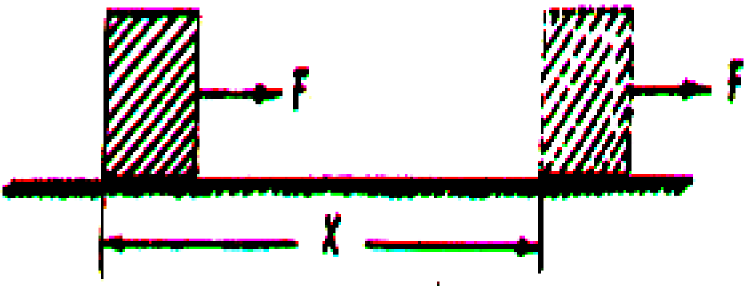
اوس غواړو چې د کار او انرژي مفهوم وڅېړو. که چېرې پر يوه جسم باندې قوه عمل وکړي او نوموړی جسم په يوه لوري او يا هم په ځانګړې توګه د ځای بدلون وکړي؛ نو د تعريف له مخې د ځای بدلون پر جهت د قوې مرکبې او د طی شوي واټن د ضرب حاصل په متحرک جسم باندې، د عاملې قوې د کار په نوم يادېږي. د ساري په توګه د (42) شکل پر اساس، د $\vec{F}$ ثابته قوه پر يوه جسم عمل کوي او نوموړی جسم له t وخت وروسته د $\vec{X}$ واټن د نوموړې قوې پر جهت طی کوي، د $\vec{X}$ وهل شوي واټن په امتداد کې د $\vec{F}$ قوې جهت او مقدار پر جسم باندې ثابت پاته کېږي؛ نو پردې حالت کې د پورتني تعريف له مخې:

$$K = \vec{F} \bullet \vec{x} \qquad (1-4)$$

د $\vec{F}$ قوې پواسطه د $\vec{X}$ ځای بدلون پر امتداد پر جسم باندې له ترسره شوي کار څخه عبارت دی.

$(1-4)$ معادله د F قوې هغه کار ښيي چې د F قوې جهت او د ځای بدلون تر منځ زاويه صفر درجې وي. که چېرې د ثابتو قوو او د ځای بدلون تر منځ زاويه وجود ولري؛ نو د (43) شکل پر اساس، د F قوې مرکبه د X پر جهت عبارت ده له:

$$F_x = F \, Cos\, \alpha \qquad (2-4)$$



(43) شکل

نو هغه کار چې د $\vec{F}$ قوه يې د $\vec{X}$ ځای بدلون په مرسته ترسره کوي، عبارت ده له:

$$\vec{F} \bullet \vec{x} = F \;\; x \, Cos \, \alpha \qquad (3-4)$$

په $(3-4)$ اړیکه کې وینو چې د F قوې ترسره شوی کار د X ځای بدلون په امتداد د $\vec{F}$ او $\vec{X}$ دوو وکتورونو له سکالري ضرب څخه عبارت دی، دا چې د دوو وکتورونو سکالري ضرب یو سکالري کمیت کیږي؛ نو کار یو سکالري فزیکي کمیت دی یعنې یوازې مقدار لري. په عمومي ډول که چېرې پر جسم باندې د ځای بدلون په امتداد کې د عاملې قوې جهت او مقدار په پرله پسې توګه بدلون وکړي، یعنې د $\Delta\vec{x}_1$ په واټن عامله قوه $\vec{F}_1$ د $\Delta\vec{x}_2$ په واټن کې عامله قوه $\vec{F}_2$ او د $\Delta\vec{x}_n$ په واټن کې عامله قوه پر جسم باندې F_n وي؛ نو مجموعي کار د $\vec{F}_i$ $(i = 1,2,3,......,n)$ قوو او ځای بدلونونو د $\Delta\vec{x}_i$ سکالري ضربونو د جمعې حاصل څخه عبارت دی، یعنې:

$$K = \vec{F}_1 \bullet \Delta\vec{x}_1 + \vec{F}_2 \bullet \Delta\vec{x}_2 + ... + \vec{F}n \bullet \Delta\vec{X}n$$

او یا:

$$K = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \bullet \Delta\vec{x}_i$$

که داسې فرض شي، چې د $\vec{F} = \vec{F}(x)$ قوه له X_1 واټن څخه د X_2 واټن پورې په پرله پسې توګه بدلون ومومي او د X_1 نه تر X_2 پورې واټن په بې شمېرو وړوکو واټنو وویشو؛ نو پر هغه حالت کې $\Delta\vec{x}_i$ ډېر زیات وړوکی کیږي او هغه $d\vec{x}$ سره تعویض کولای شو؛ نو پردې صورت کې پورتنۍ اړیکه په لاندې شکل اوړي.

$$K = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \bullet \Delta\vec{x}_i = \int_{X_1}^{X_2} \vec{F} \bullet dx \qquad (4-4)$$

$(4-4)$ اړیکې څخه څرګندیږي چې پر جسم باندې د K کار $\vec{F} = \vec{F}(x)$ متحول قوې پواسطه د X_1 واټن څخه تر X_2 واټن پورې ترسره شوی دی.

دا چې کار د قوې او واټن له ضرب حاصل څخه عبارت دی؛ نو کولای شو د دغه تعریف څخه د کار واحداتو په ټاکلو کې ګټه پورته کړو. که چېرې قوه په نیوټن او د ځای بدلون واټن په متر سره وښیو؛ نو په دې صورت کې کار د $Kg \dfrac{m^2}{\sec^2}$ یا په ژول واحد سره اندازه کیږي، یعنې د F قوې او د X واټن لپاره د $K = F\,x$ معادله کې د واحدونو په پام کې نیولو سره لرو. $(5-4)$ $1\,Joule = 1\,N\,1\,m = 1\,Kg\,\dfrac{m^2}{\sec^2}$

که چېرې قوه په (dyn) ډاین او واټن په سانتي متر (cm) سره اندازه شي نو د کار واحد (erg) ارګ کیږي چې:

$$1erg = 1dyn \times 1cm = 1\frac{gr\,cm^2}{\sec^2} \qquad (6-4)$$

د $(4-5)$ او $(4-6)$ اړيکو له پرتله کولو څخه وروسته: $1\ Joule = 10^{7}\ erg$

که چېرې د قوې واحد (Kg^{*}) کيلوګرام وزن او د واټن واحد متر وي نو په دې صورت کې د کار واحد $Kg^{*}\ m$ دی چې:

$$1\ Kg^{*}m = 9.80\ N\ m = 9.80\ Joule$$

مثال: $3N$ قوه پر يوه جسم باندې عمل کوي او نوموړي جسم ته د $12m$ په اندازې سره په خپل جهت کې د ځای بدلون ورکوي. تر سره شوی کار په لاس راوړئ.

حل:

$$K = \vec{F} \bullet \vec{X}$$

$$= 3\ N \times 12\ m$$

$$= 36\ Joul$$

پوښتنه: په يوه جسم باندې $6N$ قوه په 37^{0} زاويې سره عمل کوي او هغه ته $4m$ واټن په اندازې سره د ځای بدلون ورکوي. ترسره شوی کار په لاس راوړئ.

ځواب: $19.17 Joul$

۴.۲ د کار ډولونه

۱. د ځمکې پر جاذبې ساحه کې کار

يو m کتلې لرونکی جسم له ځمکې څخه راپورته کوو. داسې وانګيرئ چې دا عمل د عضلاتی قوې پواسطه سره تـه رسېدلی وي، کـه چېرې نوموړی جسم د dh پـه ارتفـاع پورته يوسو؛ نو زموږ عضلې د dk وړوکی کار ترسره کوي.

$$dK = \vec{F} \bullet d\vec{h} \qquad (7-4)$$

که چېرې پورته لوري ته د جسم بې ځايه کولو سرعت ډير ورو وي؛ نو پدغه حالت کې پر جسم باندې د عاملې قوې مقدار، د جسم لـه وزن سره مساوي ده لکـه پـه (44) شـکل کې. يعنې:

$$\vec{F} = -\vec{W} = -m\ g$$

نو $(4-7)$ معادله په لاندې شکل اوړي:

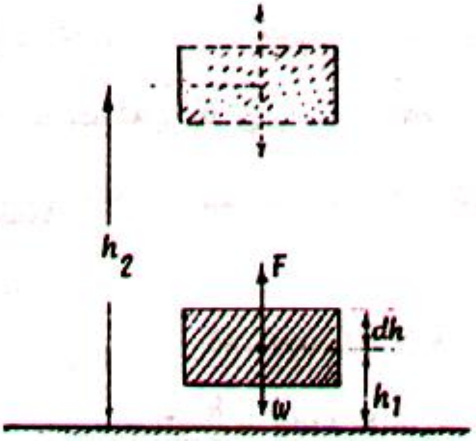
$$dK = -\vec{W} \bullet d\bar{h} = -m\ \bar{g} \bullet d\vec{h} \qquad (8-4)$$

(4 – 8) اړيکه هغه کار دی، چې د $\vec{F}$ قوه يې د ځمکې جاذبه قوې په مقابل کې ترسره کوي. څرنګه چې په يوه جسم باندې جاذبه قوه يا په بل عبارت د جسم وزن د ځمکې له سطحې څخه په وړوکو او معمولي ارتفاع ګانو کې ثابت دی؛ نو د $\vec{F}$ قوې ترسره شوی کار چې د h_1 ارتفاع څخه د h_2 ارتفاع پورې د جسم پورته کولو لپاره اړين دی، عبارت له:

$$K = -\vec{W} \bullet \int_{h_1}^{h_2} dh = -\vec{W} \bullet \left(\vec{h}_2 - \vec{h}_1\right)$$

$$K = -m\,\vec{g} \bullet \left(\vec{h}_2 - \vec{h}_1\right)$$

$$K = -m\,\vec{g} \bullet \vec{h} \qquad (9-4)$$



(44) شکل

د $\vec{W} = m\,\vec{g}$ وزن او $\vec{h}$ ارتفاع ترمنځ زاويه 180^0 ده؛ نو د کار تعريف له مخې (4 – 9) معادله په لاندې ډول هم ليکلای شو.

$$K = \vec{W} \bullet \vec{h} = m\,g\,h \qquad (10-4)$$

دغه کار د ځمکې جاذبه ساحې کار او يا هم د جسم پوتانسيلي انرژي نوميږي.

(4 – 10) اړيکې څخه پوهيږو چې که يو جسم د h په ارتفاع پورته کړو؛ نو د h په امتداد قوه بايد تل له mgh سره مساوي کار ترسره کړي؛ نو له دې څخه دا پايله لاسته راځي چې کار يوازې د ځمکې له سطحې څخه په عمودي ارتفاع پورې تړاو لري. د مثال په ډول که چېرې وغواړو همدغه جسم په مايلې سطحې باندې د h ارتفاع سره پورته کړو؛ نو هغه قوه، يعنې $W\ Sin\ \alpha$ چې د جسم مايلې سطحې په امتداد کې يې د جسم د وزن مرکبې په مقابل کې واردوو بايد د جسم له وزن څخه وړوکې وي؛ نو د مايلې

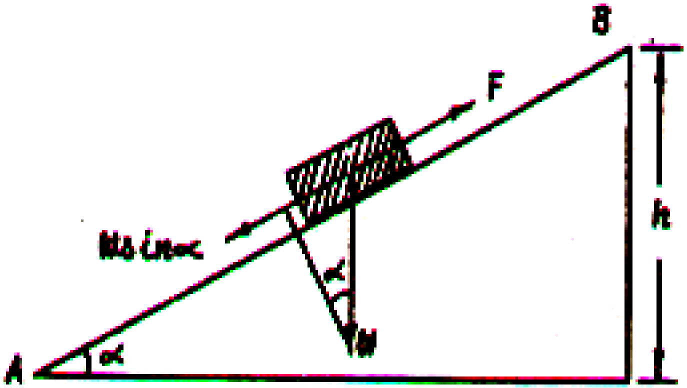
سطحې پرمخ د جسم پورته کولو لپاره وړوکې قوې ته اړتیا ده، خو په مقابل کې یې د مایلې سطحې پرمخ د جسم ځای بدلون واټن د h ارتفاع په نسبت زیات دی، یعنې جسم ته باید په ډیر اوږد واټن سره د ځای بدلون ورکړو، تر څو هماغه جسم په h ارتفاع سره پورته یوسو؛ نو پر دغه حالت کې د (45) شکل په اساس له A نقطې څخه تر B نقطې پورې د جسم ځای بدلون واټن $AB = \frac{h}{Sin\,\alpha}$ دی. نو د $F = W \sin\alpha$ قوې کار عبارت دی له:

$$K = W\,Sin\,\alpha\,AB$$

$$K = W\,Sin\,\alpha\,\frac{h}{Sin\alpha}$$

$$K = W\,h = m\,g\,h \qquad (11-4)$$

د $(4-10)$ او $(4-11)$ اړیکو له پرتله کولو څخه دا پایله لاسته راځي، چې تر سره شوی کار په دواړو حالتونو کې سره مساوي دی، یعنې د ځمکې پر جاذبه ساحه کې کار د مسیر تابع ندی بلکه یوازې د h ارتفاع تابع دی.



(45) شکل

۲. تعجیلي کار

که چیرې m کتلې لرونکی جسم د F قوې عمل پواسطه تعجیلي حرکت غوره کړي او د X واټن هم ووهي، نو پر دغه صورت کې پر جسم باندې تعجیلي کار ترسره شوی دی. چې عبارت دی له:

$$K = F\,x \qquad (12-4)$$

د نیوټن دویم قانون ته په پام سره لرو:

$$F = m\,a$$

پداسې حال کې چې a د جسم تعجيل دی نو:

$$F = m\ a\ x \qquad (14-4)$$

$$x = \frac{v^2 - v_0^2}{2\,a} \qquad (14-2)$$

نو 4 – 14 معادله په لاندې شکل اوړي:

$$K = m\,a\,\frac{v^2 - v_0^2}{2\,a}$$

او يا:

$$K = \frac{1}{2}\,m\left(v^2 - v_0^2\right)$$

که چېرې د $\vec{F}$ قوې د عمل په لومړيو کې جسم د سکون په حال کې وي، يعنې $v_0 = 0$ وي؛ نو لرو چې:

$$K = \frac{1}{2}\,mv^2 \qquad (14-4)$$

$(14-4)$ اړيکه تعجيلي کار ښيي چې د جسم حرکي انرژي هم نوميږي.

۳. ارتجاعي کار او يا هم د کشش کار

د (46) شکل غوندې يو فنر په پام کې نيسو، که چېرې نو موړی فنر د عضلاتي قوې پواسطه د $\vec{d}x$ په اندازې سره کش کړو نو پردې صورت کې عضلاتي قوه د $dK = \vec{F} \bullet d\vec{x}$ کار ترسره کوي، که چېرې عضلاتي قوه فنر ډير سو که کش کړي، نو پر دغه حالت کې د $\vec{F}$ عضلاتي قوه او د فنر $\vec{F}_1$ ارتجاعي قوه سره مساوي دي. يعنې:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}$$

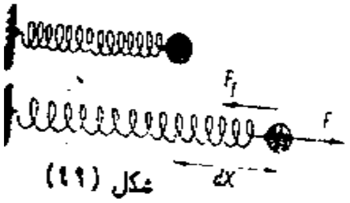
نو:

$$dK = -\vec{F}_1 \bullet d\vec{x} \qquad (15-4)$$

د هوک له قانون څخه پوهيږو:

په $(4-16)$ اړيکه کې منفي علامه ښيي، چې د $\vec{F}_1$ قوه د $\vec{X}$ په خلاف لوري عمل کوي؛ نو $(4-15)$ اړيکه په لاندې ډول اوړي.

$$F_1 = -cx \qquad (16-4)$$



(49) شکل

$$dK = C\,\bar{x} \bullet d\vec{x}$$

ځرنګه چې $\vec{X}$ او $d\vec{X}$ يو شان جهت لري؛ نو تر منځ يې زاويه صفر درجې ده؛ لرو چې:

$$dK = C\,x\,dx$$

د مجموعي کار موندلو لپاره چې د F قوه يې له X_1 تر X_2 پورې ترسره کوي، لرو چې:

$$K = C\int_{x_1}^{x_2} x\,dx = C\left(\frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2}\right)$$

که چېرې د سکون په حالت کې فنر د $X_1 = 0$ موقعيت کې وي نو پردې حالت کې د F قوې پواسطه ترسره شوی کار، چې فنر د $X_2 = X$ په اندازې سره کش شي، عبارت دی له:

$$K = \frac{1}{2} C\,x^2 \qquad (17-4)$$

پورته کار د فنر پوتانسيلي انرژي نوميږي.

۴. طاقت

د کار پر تعريف کې مو هغه وخت چې کار پکې ترسره کېده؛ په پام کې ونه نيوه. زياتره وختونه بايد پردې هم وپوهيږو، چې کار په څومره وخت کې ترسره شوی دی. که چېرې د dk پروخت کې د dt کار ترسره شوی وي؛ نو پردې حالت کې د P طاقت په داسې ډول تعريفوو.

$$P = \frac{dK}{dt}$$

يعنې د کار او هغه وخت چې دا کار پکښې سر ته رسېدلی؛ نسبت ته طاقت وايي. که چېرې ترسره شوی کار وخت ته په پام سره ثابت وي، لرو چې:

$$P = \frac{K}{t}$$

د طاقت واحد $(watt)$ واټ دی چې:

$$1\,Watt = 1\,\frac{Joule}{\sec} = 10^7\,\frac{erg}{\sec}$$

د کار تر ټولو لوی واحد کيلو واټ (kw) دی چې:

$$1\,KW = 10^3 Watt = 10^3\,\frac{Joule}{\sec} = 10^{10}\,\frac{erg}{\sec}$$

د پورتني واحد برسېره طاقت لپاره يو بل واحد چې له $\frac{Kg^*m}{\sec}$ څخه عبارت دی، هم وجود لري چې:

$$1\,\frac{Kg^*m}{\sec} = 9.80\,\frac{Joule}{\sec} = 9.80\,Watt$$

په تخنیک کې د طاقت لوی واحد د اسپ د کار له طاقت څخه اخستل شوی دی، چې هارس پاور (HP) ورته ویل کېږي. یعنې یو عادي اسپ $75\ Kg^{*}m$ کار په یوې ثانیه کې ترسره کوي؛ نو د یوه اسپ طاقت $75\ Kg^{*}\ \frac{m}{\sec}$ دی.

$$1Hp = 75\frac{Kg^{*}m}{\sec} = 75\times 9.8\frac{N.m}{\sec}$$

$$= 7.36\times 10^{7}\ \frac{erg}{\sec} = 736Watt$$

له دې ځایه:
$$1Watt\ =\ \frac{1}{736}\ Hp\ =\ 0.00136Hp$$

مثال: یو اسپ د $178N$ ثابتې قوې په درلودلو سره، چې له افق سره 30^{0} زاویه جوړوي، یو صندوق کش کوي او په $2.68\frac{m}{\sec}$ سرعت په درلودلو سره حرکت کوي.

الف: په 10 دقیقو کې یې ترسره شوی کار معلوم کړئ.

ب: طاقت یې په $Watt$ او Hp په لاس راوړئ.

حل:

$$K = F\ X\ Cos\ 30^{0} \qquad\qquad X\ = vt = 2.68\times 600 = 1608m$$

$$= 178\ N\times 1608m\times 0.866$$

$$= 2.5\times 10^{5}\ Joul$$

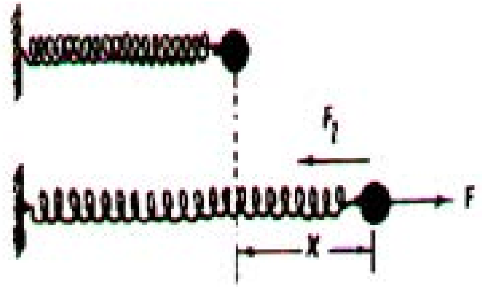
$$P = \frac{K}{t} = \frac{2.5\times 10^{5}\ Joul}{600\ \sec} = 0.42\times 10^{3}Watt\ = 0.57\ HP$$

5. د ځای پر بدلون باندې د عمودي قوو کار

د کار له تعریف څخه چې له $K\ =\ \int \vec{F}\ \bullet\ d\vec{x}$ څخه عبارت دی، دا سې پایله لاسته راځي، چې عمودي قوې د یوه جسم د ځای پر بدلون هیڅ کار نشي ترسره کولای، ځکه چې د تعریف له مخې $\vec{F}\ \bullet\ d\vec{x}\ =\ F\ dx\ Cos\ \alpha$ دی، دا چې $\alpha\ =\ 90^{0}$ ده؛ نو $Cos\ 90^{0}\ =\ 0$ کیږي او $F\ dx\ =\ 0$ کیږي؛ نو په پایله کې $K\ =\ 0$ دی.

۴.۳ انرژي

په تېرو لوستونو کې مو هغه کار ولوست، چې په یوه سیستم کې د یوې قوې په واسطه ترسره کېده، اوس یاده موضوع په داسې ډول لولو، چې د کار ترسره کېدلو وروسته په سیستم کې کومه پېښه رامنځته کېږي. د مثال په توګه د $\vec{F}$ عضلاتي قوې په واسطه مو په فنر باندې یو مقدار کار ترسره کړ او د $\vec{F}$ قوې په واسطه مو پر یوه جسم باندې تعجیلي کار ترسره کړی او یا موهم د $\vec{F}$ عضلاتي قوې په مټ، یو جسم د h په ارتفاع سره پورته کړی دی خو پردې مو سر نه دی خوږولی، چې په سیستم کې د کار ترسره کېدلو نه وروسته څه رامنځته کېږي؟ د نوموړي مطلب د لا روښانتیا لپاره د (47) شکل غوندې، ارتجاعي فنر په پام کې نیسو او نوموړی فنر د $\vec{F}$ قوې په واسطه د $\vec{X}$ په اندازه کش کوو؛ نو د $\vec{F}$ قوه په سیستم باندې د $K = \frac{1}{2} C x^2$ کار ترسره کوي. که چېرې عامله قوه له فنر څخه لرې کړای شي؛ نو وبه وینو چې فنر بېرته خپل لومړني حالت ته راګرځي، یعنې د فنر $\vec{F}$ قوه د $\vec{X}$ – پرجهت کار ترسره کوي، که چېرې $\vec{F_1}$ او $\vec{X}$ هم جهته وي؛ نو پر دغه حالت کې له دې وروسته چې فنر بېرته راټول شي؛ نو د $\vec{F_1}$ ارتجاعي قوه د $1 \bullet \vec{x}$ کار ترسره کوي دغه کار هغه مهال ترسره کېږي، چې همدومره کار پر فنر باندې هم ترسره شوې وي.



(47) شکل

اوس تعجیلي کار په پام کې نیسو، که چېرې جسم ته په ثابتې قوې سره تعجیل ورکړو؛ نو پر دغه حالت کې نوموړې قوه د ځای بدلون پر امتداد پر جسم باندې $\frac{1}{2} mv^2$ کار ترسره کوي.

په همدې ډول که چېرې د $W = m g$ وزن لرونکی جسم د ځمکې له سطحې څخه د h په ارتفاع سره پورته کړو؛ نو د mgh په اندازې سره مو کار ترسره کړی دی. که چېرې

جسم پرېږدو ، چې له h ارتفاع څخه ښکته راشي؛ نو پردې حالت کې د mgh ذېرمه شوی کار په $\frac{1}{2} m v^2$ تعجيلي کار اوړي.

په عمومي توګه کولای شو ، وو ايو چې که په يوه سيستم کې مخکې يو کار ترسره شوی وي، نو دا سيستم د يوه کار په ترسره کولو توانيږي، د يوه سيستم د کار دغې وړتيا ته د هماغه سيستم انرژي وايي. په پورته مثالونو کې مو په سيستم کې کار ترسره کړی، چې دغه کار د سيستم په حالت کې بدلون منځته راوړي، د مثال په ډول له يوې نقطې څخه بلې نقطې پورې د فنر کش کېدل او يا هم يو جسم له يوې ارتفاع څخه بلې ارتفاع ته پورته کول يعنې د سيستم حالت بدلون ددې لامل کيږي، تر څو په سيستم کې انرژي ذخيره شي چې دا ډول انرژي ته پوتانسيلي انرژي وايي. برسيره پردې دا مو هم وويل چې په يوه جسم باندې د کار ترسره کول کېدای شي په جسم کې تعجيلي حرکت رامنځته کړي؛ له همدې امله يو جسم په دې توانيږي، چې يو کار په خپله ترسره کړي؛ نو جسم د انرژي درلودونکی دی، چې دا ډول انرژي د جسم حرکي انرژي نوميږي.

په عمومي توګه که چېرې په يوه جسم او يا يوه سيستم ميخانيکي کار ترسره شي؛ نو د کار ترسره کولو په پايله کې د جسم او يا سيستم په حالت کې بدلون منځته راځي؛ خو کله چې جسم او يا هم سيستم بېرته خپل لومړني حالت ته راوګرځي؛ نو هماغه کار بېرته له لاسه ورکوي او يا هم په بل عبارت، که چېرې يو جسم ته معين مقدار کار ورکړو ؛ نو جسم هماغه مقدار کار بېرته ترسره کوي.

۴.۴ د انرژي تحفظ قانون

د پوتانسيل انرژي او حرکي انرژي جمعې حاصل ته ميخانيکي انرژي وايي، ومو ليدل چې حرکي انرژي په پوتانسيلي او پوتانسيلي انرژي په حرکي انرژي باندې اوړي. اوس غواړو چې د انرژي په تحفظ قانون باندې وپوهيږو ددې لپاره فرض کوو ، چې د $W = m g$ وزن لرونکی جسم د ځمکې په ثقل ساحه کې د dh په اندازې سره سقوط کوي؛ نو پردې حالت کې يې پوتانسيلي انرژي د dE_p په اندازې سره تناقص کوي؛ خو پر همدې مهال کې يې حرکې انرژي د dE_k په اندازې سره زياتيږي؛ خو په هر حال کې يې د جمعې حاصل صفر کيږي، يعنې د پوتانسيل انرژي تناقص د حرکي انرژي د زياتوالي (تزايد) لامل کيږي او برعکس

$$- dE_p = dE_k$$

او یا :

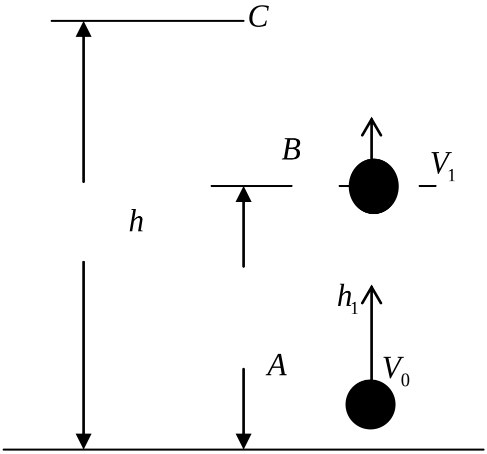
$$dE_p + dE_k = 0$$

له دې ځایه:

$$d\left(E_p + E_k\right) = 0$$

$$E_p + E_k = 0 \qquad (18-4)$$

نو ویلای شو چې که په یوه سیستم باندې خارجي قوې عمل ونه کړي، نو د پوتانسیل او حرکي انرژي مجموعه ثابته ده. چې همدا قانون د میخانیکي انرژي تحفظ قانون نومیږي. اوس غواړو د انرژي تحفظ قانون د یوه بل مثال پواسطه روښانه کړو. د (48) شکل غوندې m کتلې لرونکی جسم له A نقطې څخه د V_0 لومړني سرعت سره پورته خواته په عمودي ډول گوزاریږي چې پدغه حالت کې د A په نقطه کې جسم یوازې $\frac{1}{2}m\,v_0^2$ حرکي انرژي لري او د B په نقطه کې جسم $\frac{1}{2}mv_1^2$ حرکي انرژي او د mgh_1 پوتانسیلي انرژي لري. د C نقطه د جسم اوج (تر ټولو لوړه) نقطه ده چې د جسم سرعت هم پکښې صفر دی؛ نو پر دغه موقعیت کې جسم یوازې حرکي انرژي لري، اوس دا په اثبات رسوو چې د B, A او C په نقطو کې د حرکي او پوتانسیلي انرژي گانو مجموعه ثابته ده.



(48) شکل

د A په نقطه کې:

$$E_p = 0$$

$$E_k = \frac{1}{2}m\,v_0^2$$

$$E = E_p + E_k = \frac{1}{2} m v_0^2 \qquad (19-4)$$

د c په نقطه کې:

$$E_k = 0$$

$$E_p = m g h$$

څرنګه چې $v_0^2 - v^2 = 2 g h$ دی او د اوج په نقطه کې $V = 0$ نو $h = \frac{v_0^2}{2 g}$ کیږي؛ نو پر همدې ډول:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} m v_0^2 \qquad (20-4)$$

د B په نقطه کې:

$$E = m g \frac{v_0^2}{2g} = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$E_p = m g h_1$$

څرنګه چې:

$$v_0^2 - v_1^2 = 2 g h_1$$

او:

$$h_1 = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2 g}$$

دی نو:

$$E_p = m g \frac{v_0^2 - v_1^2}{2 g} = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

په پایله کې:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$E = \frac{1}{2} m v_0^2 \qquad (21-4)$$

د $(4-19)$ ، $(4-20)$ او $(4-21)$ اړیکو له پرتله کولو څخه دا پایله لاسته راځي، چې د مسیر په هره کیفي نقطه کې د حرکي او پوتانسیلي انرژي د جمع حاصل ثابت دی.

مثال: يو موټر په $100\frac{Km}{hr}$ سرعت سره حرکت کوي، که چېرې $950kg$ کتله ولري؛ نو حرکي انرژي يې په لاس راوړئ.

حل:

$$E=\frac{1}{2}m\,v^2=\frac{1}{2}(950\,Kg)\left(27.7\frac{m}{\sec}\right)^2$$

$$=364462.75\ Joul$$

پوښتنه: که چېرې الکترون د $9{,}11\times10^{-31}Kg$ کتلې په لرلو سره $6.7\times10^{-19}\,Joul$ حرکي انرژي ولري؛ نو سرعت يې په لاس راوړئ.

ځواب: $1.81\times10^{6}\,\frac{m}{\sec}$

مثال: يو جسم چې $0.5\,Kg$ کتله لري، د دايرې پر څلورمې برخې ښوئيږي او د حرکت مسير په تر ټولو ښکته نقطه کې يې سرعت $4\frac{m}{\sec}$ دی، د اصطکاک قوې کار په لاس راوړئ، که چېرې د نوموړې دايرې شعاع $2m$ وي.

حل: د دايرې څلورمه برخه په پام کې نيسو، په تر ټولو لوړه نقطه کې جسم يوازې پوتانسيلي انرژي لري او حرکي انرژي پر دغې نقطه کې صفر ده؛ نو:

$$E_p=m\,g\,h=0.5\,Kg\,10\frac{m}{\sec^2}\,2\,m$$

$$=10\,Joul$$

دا چې نوموړې انرژي ضايع شويده او په کار اوښتې؛ نو په تر ټولو ښکته نقطه کې لرو:

$$E_p=E_k+W_d$$

پداسې حال کې چې W_d د اصطکاک قوې کار دی، چې مقدار يې عبارت دی له:

$$W_d=E_p-E_k$$

$$W_d=E_p-\frac{1}{2}m\,v^2$$

$$W_d=6\ Joul$$

پوښتنه: يو جسم د دايروي مسير پر څلورمې برخې راښوئيږي، كه اصطكاك موجود نه وي؛ نو په ترټولو ښكته نقطه كې يې سرعت په لاس راورئ، كه چېرې د دايرې شعاع $5m$ وي.

ځواب: $10\,\frac{m}{\sec}$

۴.۵ د قوې ضربه او مومنتم

په زياترو وختونو كې په يوه نقطوي جسم باندې د قوې عمل يا اغېز دومره لنډ وي، چې د هغې تعجيل يا اغېزه كوم چې پر جسم يې واردوي، نشو اندازه كولاى. كه چېرې د F قوه د dt پر وخت كې پر يوه جسم باندې عمل وكړي؛ نو پردې صورت كې د F قوې ضربه په dt وخت كې په dI سره ښيو او د تعريف له مخې د قوې ضربه د قوې او وخت ضرب حاصل څخه عبارت ده، يعنې:

$$d\vec{I} = \vec{F}\,dt$$

كه چېرې پر جسم باندې عامله قوه $\vec{F}$ وخت ته په پام سره د مقدار او جهت له پلوه بدلون وكړي. نو پردې حالت كې $\vec{F} = \vec{F}(t)$ د قوې ضربه، د t_1 او t_2 وختونو تر منځ عبارت ده له:

$$I = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)\,dt \qquad (22-4)$$

اوس د $\vec{F}$ قوې ضربې اغېزه د يوه جسم پر حركت باندې څېړو.

ددې كار لپاره د نيوټن دوهم قانون په پام كې نيسو يعنې:

$$\vec{F} = m\,a = m\,\frac{dv}{dt}$$

له دې ځايه:

$$\vec{F}\,dt = m\,dv \qquad (23-4)$$

د قوې ضربې تعريف ته په پام سره وروستۍ اړيكه په لاندې ډول ليكلاى شو:

$$I = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,dt = \int_{v_1}^{v_2} m\,d\vec{v}$$

كه چېرې د جسم كتله m ثابته وي؛ نو له پورتنۍ اړيكې څخه لرو.

$$I = m\,v_2 - mv_1 \qquad (24-4)$$

د سرعت او كتلې د ضرب حاصل ته د جسم مومنتم وايي. او هغه په $\vec{M}$ سره ښيو؛ نو:

$$\vec{I} = \vec{M}_2 - \vec{M}_1$$

$(24-4)$ اړيكه ښيي چې د قوې ضربه د مومنتم له بدلونو سره مساوي ده، د

په پام کې نیولو سره د نیوټن دوهم قانون کولای شو په لاندې ډول هم ولیکو. $\vec{M} = m\vec{v}$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{M}}{dt}$$

له دې ځایه څخه ویلای شو چې پر یوه جسم باندې عامله قوه وخت ته په پام سره د مومنتم له بدلونونو څخه عبارت ده.

مثال: د څومره مودې لپاره باید $50N$ قوه پر جسم باندې عمل وکړي، تر څو د قوې ضربه یې $200kg\frac{m}{\sec}$ ته ورسیږي.

حل:

$$F\ t = m\ v$$

$$t = \frac{m\ v}{F} = \frac{200\,Kg\,\frac{m}{\sec}}{50Kg\,\frac{m}{\sec^2}} = 4\sec$$

پوښتنه: یوه تیږه چې $2kg$ کتله لري، په $6\frac{m}{\sec}$ سرعت سره حرکت کوي. څومره ثابتې قوې ته اړتیا ده تر څو تیږه د $7\times10^{-4}\sec$ وروسته ودروي.

ځواب: $\left(-1.7\times10^{4}N\right)$

۴.۲ د مومنتم تحفظ قانون

اوس داسې سیستم په پام کې نیسو، چې له n مادي نقطو څخه جوړ شوی وي، چې پر هره مادي نقطه خارجي او داخلي قوې عمل وکړي، د هرې مادي نقطې لپاره د نیوټن قانون په جلا جلا توګه ریښتنی دی، که چېرې $\vec{F}_1.\vec{F}_2$, ..., او $\vec{F}_n$ د خارجې او داخلي قوو محصله پر m_1, m_2, ... او m_n کتلو باندې وي؛ نو د $(4-25)$ معادلې پر اساس لرو:

$$\vec{F}_1 = \frac{dM_1}{dt}$$

$$\vec{F}_2 = \frac{dM_2}{dt}$$

.

.

.

.

$$\vec{F}_n = \frac{dM_n}{dt}$$

اوس د پورتنۍ معادلې دواړه لورې سره جمع کوو او مومو چې:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = \frac{d\vec{M}_1}{dt} + \frac{d\vec{M}_2}{dt} + ... + \frac{d\vec{M}_n}{dt}$$

او:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{d\vec{M}_i}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i\right) \qquad (26-4)$$

څرنگه چې ټولې داخلي قوې د نیوټن دویم قانون پر اساس دوه پر دوه یو او بل سره په خپل توازن کې ساتي؛ نو $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ یوازې خارجي قوې دي، که چېرې $\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = \vec{M}_r$ وضع شي؛ نو $(4-26)$ معادله په لاندې ډول اوړي:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{M}_r}{dt} \qquad (27-4)$$

له پورتنۍ اړیکې څخه څرگندیږي، که یو سیستم له n مادي نقطو څخه جوړ شوی وي، د خارجي قوو محصله یې وخت ته په پام سره د مومنتم مجموعې له مشتق سره مساوي ده. که د n مادي نقطو دا سیستم یو خپلواک سیستم وي یعنې خارجي قوې ورباندې عمل ونه کړي. نو پردې حالت کې په سیستم باندې عامله قوې یوازې بهرنۍ قوې دي نو پر سیستم باندې د داخلي او خارجي قوو محصله صفر ده او $(4-27)$ اړیکه په لاندې ډول اوړي:

$$\frac{dMr}{dt} = 0$$

له دې ځايه لرو چې:

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + ... + \vec{M}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = \vec{M}_r = Const \qquad (28-4)$$

$(4-28)$ اړیکه د مومنتم تحفظ قانون نومیږي. د مومنتم تحفظ قانون کولای شو د قوې د ضربې له فورمول څخه هم په لاس راوړو. نو د دې کار لپاره m_1 او m_2 کتلو لرونکي جسمونه په پام کې نیسو چې له ټکر مخکې سرعتونه $\vec{v}_1$ او $\vec{v}_2$ او له ټکر وروسته یې سرعتونه $\vec{v}_1'$ او $\vec{v}_2'$ دي؛ نو پردې حالت کې د نیوټن دریم قانون څخه لرو:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

نو:

$$\int \vec{F}_{12}\, dt = -\int \vec{F}_{21}\, dt$$

څرنګه چې:

$$\int \vec{F}_{12}\, dt = m_1 \int_{v_1}^{v_1'} d\vec{v} = m_1(\vec{v}_1' - \vec{v}_1)$$

$$\int \vec{F}_{21}\, dt = m_2 \int_{v_2}^{v_2'} d\vec{v} = m_2(\vec{v}_2' - \vec{v}_2)$$

نو: کیږي؛

$$m_1(\vec{v}_1' - \vec{v}_1) = m_2(\vec{v}_2' - \vec{v}_2)$$

او یا:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v} = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' \qquad (29-4)$$

$(4-29)$ اړیکه څرګندوي چې له ټکر مخکې د مومنتم مجموعه له ټکر وروسته مومنتم مجموعې سره مساوي ده.

مثال: د یوه جسم کتله او وارده شوې قوه وربانديې په لاس راوړئ، که چېرې د نوموړې قوې له عمل وروسته په $5m$ واټن کې ورته $300kg\frac{m}{\sec}$ د قوې ضربه ورکړي او حرکي انرژي یې $250\ Joul$ شي.

حل:

$$I = F\ t = m\ v == 300\ Kg\ \frac{m}{\sec}$$

$$v^2 = \frac{I^2}{m^2}$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \frac{I^2}{m^2}$$

$$E_k = \frac{I^2}{2\ m} = 250$$

$$\frac{1}{2}\frac{(300)^2}{m} = 250$$

$$m = 180\ Kg$$

ترسره شوی کار له حرکي انرژي سره مساوي دی؛ نو:

$$F\ x = \frac{1}{2} m\ v^2$$

$$F = 50\ N$$

پوښتنه: له کومې ارتفاع څخه باید یو جسم راولویږي، تر څو له ځمکې سره لګېدلو په ترخ کې یې مومنتم $100\,Kg\ \frac{m}{\sec}$ او حرکي انرژي یې $500\,\frac{Kg\ m^2}{\sec^2}$ وي، همدارنګه د جسم کتله په لاس راوړئ.

ځواب: $m = 10\ Kg \quad , \quad h = 5m$

۴.۷ د اجسامو ټکر

په عمومي ډول سره اجسام پر دوه ډوله ټکر کوي. ارتجاعي ټکر او غیر ارتجاعي ټکر.

1. **ارتجاعي ټکر**: ارتجاعي ټکر هغه ټکر ته وایي چې د مومنتم تحفظ قانون او د میخانیکي انرژي تحفظ قانون دواړه پکښې رېښتیني وي، دلته دوه جسمونه په پام کې نیسو چې کتلې یې m_1 او m_2، د ثقل مرکزونه یې په یوه مستقیم خط باندې د V_1 او V_2 سرعتونو سره حرکت کوي لکه په (49) شکل کې. که چېرې $v_1 \rangle v_2$ وي؛ نو پردې

صورت کې د نومړو جسمونو ترمنځ ټکر ممکن دی او ټکر يې ترمنځ مرکزي نومېږي. د مومنتم تحفظ قانون ته په پام سره پدغه ټکر کې د سيتم مجموعي مومنتم له ټکر مخکې او وروسته ثابت پاته کيږي؛ نو که چېرې له ټکر وروسته د m_1 او m_2 کتلو سرعتونه $\vec{v}_1'$ او $\vec{v}_2'$ وي؛ نو:

(49) شکل

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' \qquad (30-4)$$

په همدې ډول د ټکر کوونکو اجسامو حرکي انرژي مجموعه له ټکر مخکې او ټکر وروسته سره مساوي ده؛ نو:

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 \qquad (31-4)$$

$(30-4)$ او $(31-4)$ معادلو څخه لرو:

$$m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}_1') = m_2(\vec{v}_2' - \bar{v}_2) \qquad (32-4)$$

$$m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2(v_2'^2 - v_2^2) \qquad (33-4)$$

که $(33-4)$ اړيکه پر $(32-4)$ اړيکې باندې تقسيم کړو؛ نو:

$$\frac{v_1^2 - v_1'^2}{v_1 - v_2} = \frac{v_2'^2 - v_2^2}{v_2' - v_2}$$

له دې ځايه:

$$v_1 + v_1' = v_2' + v_2 \qquad (34-4)$$

که چېرې د v_2' قيمت له $(34-4)$ اړيکې څخه په $(32-4)$ اړيکه کې وضع کړو؛ نو لرو چې:

$$m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_1 + v_1' - v_2 - v_2)$$

$$m_1v_1' - m_1v_1' = m_2v_1 + m_2v_1' - 2m_2v_2$$

$$m_2v'_1 + m_1v_1' = m_1v_1 - m_2v_1 + 2m_2v_2$$

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2} \qquad (35-4)$$

که چېرې د v_1' قیمت له $(4-35)$ اړیکې څخه په $(4-34)$ معادله کې وضع کړو؛ نو لرو:

$$v_2' = v_1 - v_2 + \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{m_1v_1 - m_1v_2 + m_2v_1 - m_2v_2 + m_1v_1 - m_2v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2} \qquad (36-4)$$

له $(4-35)$ او $(4-36)$ معادلو څخه کولای شو د ټکر لرونکو اجسامو سرعتونه له ټکر وروسته په لاس راوړو.

ځانګړي حالتونه

الف. که چېرې $v_2 = 0$ او $m_1 = m_2 = m$ وي؛ نو له $(4-35)$ او $(4-36)$ معادلو څخه لرو.

$$v_1' = v_2 = 0$$

$$v_2' = v_1$$

ب. که چېرې $v_2 = 0$ او $m_2 \rangle m_1$ وي؛ نو پر دغه حالت کې له $(4-35)$ او $(4-36)$ معادلو څخه لرو:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

پر دې صورت کې $0 \rangle \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$ کیږي او v_1' او v_1 وکتورونو جهتونه مختلف دي.

ج: که چېرې $v_2 = 0$ ، $m_2 \langle m_1$ وي؛ نو پر دغه حالت کې $0 \langle \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$ کیږي؛ نو د m_1 او m_2 دواړه کتلې د m_1 کتلې د حرکت پر جهت په حرکت پیل کوي.

د. که چېرې $v_2 = 0$ او $m_1 \langle\langle m_2$ وي؛ نو پر دې حالت کې لرو:

$$v_1' = -v_1$$

$$v_2' = 0$$

مثال: يو جسم چې $5kg$ کتله لري د $20\dfrac{m}{\sec}$ سرعت درلودلو سره په حرکت پیل کوي او له یوه بل جسم سره چې $3kg$ کتله او $10\dfrac{m}{\sec}$ سرعت لري؛ ارتجاعي ټکر کوي. له ټکر وروسته یې سرعت په لاندې حالتونو کې په لاس راوړئ.

الف. که چېرې دواړه جسمونه یو او بل ته مخامخ حرکت وکړي.

ب. که چېرې دواړه جسمونه په یوه جهت کې حرکت وکړي.

ج. که چېرې دوهم جسم ساکن وي.

حل.

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2\,m_2\,v_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{(5-3)Kg\ 20\dfrac{m}{\sec} + 2.3Kg\left(-10\dfrac{m}{\sec}\right)}{(5+3)Kg}$$

$$= -2.5\frac{m}{\sec}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2\,m_1\,v_1}{m_1 + m_2}$$

الف:

$$v_2' = \frac{(3-5)(-10) + 2\ 5\ 20}{8}$$

$$= 27.5\frac{m}{\sec}$$

ب:

$$v_1' = \frac{(5-3)\,20 + 23^x\,10^x}{8}$$

$$= 12.5\,\frac{m}{\sec}$$

$$v_2' = \frac{(3-5)10 + 2\;5\;20}{8}$$

$$= 22.5\,\frac{m}{\sec}$$

ج:

$$v_1' = \frac{(5-3)\,20 + 0}{8}$$

$$= 5\,\frac{m}{\sec}$$

$$v_2' = \frac{2\;5\,(20)}{8} = 25\,\frac{m}{\sec}$$

مثال: یو توپ چې $0.4kg$ کتله او $3\frac{m}{\sec}$ سرعت لري له یوه جسم سره چې $0.6\ Kg$ کتله لري او د سکون په حالت کې قرار لري، ارتجاعي ټکر کوي؛ له ټکر وروسته یې سرعتونه په لاس راوړئ.

حل:

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2) v_1 + 2\, m_2\, v_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{(0.4 - 0.6)\, Kg\ 3\frac{m}{\sec} + 0}{(0.4 + 0.6) Kg}$$

$$= -0.6 \frac{m}{\sec}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1) v_2 + 2\, m_1\, v_1}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{(0.6 - 0.4)\, 0 + 2 \times 0.4 \times 3}{1}$$

$$= 2.4 \frac{m}{\sec}$$

مثال: یو جسم چې $0.25\,Kg$ کتله او $5\frac{m}{\sec}$ سرعت لري له یوه بل جسم سره چې $0.8\,Kg$ کتله او د سکون په حالت کې قرار لري، ارتجاعي ټکر کوي. نو له ټکر وروسته یې سرعت او له ټکر مخکې او وروسته یې انرژي په لاس راوړئ.

حل:

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)\,v_1 + 2\,m_2\,v_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{(0.25 - 0.8)Kg\;5\dfrac{m}{\sec} + 0}{(0.25 + 0.8)Kg}$$

$$= -2.62\frac{m}{\sec}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)\,v_2 + 2\,m_1\,v_1}{(m_1 + m_2)}$$

$$= \frac{(\;)0 + 2 \quad 0.25Kg\;5\dfrac{m}{\sec}}{1.05Kg}$$

$$= 2.38\frac{m}{\sec}$$

$$E = \frac{1}{2}m_1\,v_1^2 + \frac{1}{2}m_2\,v_2^2 = \frac{1}{2}\,0.25\,Kg\left(5\frac{m}{\sec}\right)^2 + 0$$

$$= 3.125\;Joul$$

$$E' = \frac{1}{2}m_1\,v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\,v_2'^2 = \frac{1}{2}0.25(-2.62)^2 + \frac{1}{2}0.8(2.38)^2$$

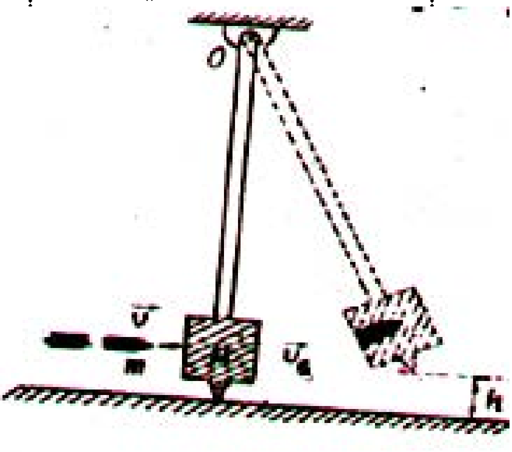
$$= 3.125\,/\,Joul$$

پوښتنه: یو پروتون چې $1.66\times10^{-17}\,Kg$ کتله لري، له هلیوم اټوم سره چې د سکون په حالت کې دی، ارتجاعي ټکر کوي. د هلیوم کتله $6.64\times10^{-17}\,Kg$ ده او له ټکر وروسته په $5\times10^5\,\frac{m}{\sec}$ سرعت سره حرکت کوي، د پروتون سرعت له ټکر مخکې او وروسته په لاس راوړئ.

ځواب: $v_1 = 1.25\times10^6 \dfrac{m}{\sec}$, $v_1' = -0.75\times10^6 \dfrac{m}{\sec}$

2. غیر ارتجاعي ټکر: غیر ارتجاعي ټکر هغه ټکر دی، چې د مومنتم تحفظ قانون پکښې رېښتني وي؛ خو د میخانیکي انرژي تحفظ قانون پکښې رېښتني نه وي. دلته میخانیکي انرژي ته ګوته نیول شوېده، ځکه چې په غیر ارتجاعی ټکر کې د سیستم حرکي انرژي او پوتانسیلي انرژي مجموعه ثابته نه پاته کیږي، یعنې پر دغه ټکر کې د میخانیکي انرژي یو څه برخه په تودوخیزې انرژي، غږیزې انرژي، د شکل بدلون کار یا په تخریبي کار او یو څه برخه یې د سیستم ټکر وروسته په حرکت مصرفیږي. نو له همدې امله د هغو ټولو حالتونو لپاره چې پکښې غیر ارتجاعي ټکر رامنځته کیږي، کولای شو یوازې د مومنتم تحفظ قانون په پام کې ونیسو. د غیر ارتجاعي ټکر تر ټولو غوره ځانګړنه دا ده چې ټکر کوونکي جسمونه له ټکر وروسته سره نښلي او په هماغه سرعت سره حرکت کوي په غیر ارتجاعي ټکر باندې د لاښه پوهېدلو لپاره د $(Ballistic)$ بالستیک رقاصه په پام کې نیسو.

د بالستیک رقاصه هغې رقاصې ته وایي چې د M لویې کتلې لرونکي جسم د جامدې میلې په یوه سر پورې ټینګ تړل شوی وي او د میلې بل سر په یوې نقطه کې ځوړند وي، لکه په (50) شکل کې. له دغې رقاصې څخه زیاتره وختونه د مرمۍ سرعت په ټاکلو کې کار اخستل کیږي. مرمۍ چې m کتله او v سرعت لري، د رقاصې کتلې سره ټکر کوي.



(50) شکل

له ټکر وروسته m کتلې لرونکې مرمۍ د رقاصې په M کتلې کې ننوځي او دواړه د $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}_s$ ګډ سرعت په درلودلو سره یو ځای حرکت کوي او د h په یوې ارتفاع

سره رقاصه له تعادل حالت څخه وځي. دلته د ميخانيکي انرژي تحفظ قانون په بشپړ ډول رېښتينی نه پاته کيږي. ځکه چې د مرمۍ حرکي انرژي يو څه برخه په تودوخې او د رقاصې M کتله کې د مرمۍ ننوتلو په کار سره مصرف کيږي او د حرکي انرژي پاته برخه د m او M کتلو په حرکي انرژي ګانو اوړي او رقاصه د h په ارتفاع سره پورته بيايي. پدې ډول ټکر کې د مومنتم تحفظ قانون رېښتينی دی؛ نو لرو:

$$m\vec{v} = m\vec{v}_1 + M\vec{v}_2 = (m + M)\vec{v}_s$$

له دې ځايه:

$$\bar{v}_s = \frac{m\vec{v}}{m + M}$$

دا چې $v_s = \sqrt{2gh}$ دی؛ نو لرو:

$$v = \frac{m + M}{m}\sqrt{2gh} \qquad (37-4)$$

د $(37-4)$ اړيکې پواسطه کولای شو، د مرمۍ V سرعت ومومو که چېرې ټکر کونکي اجسام په غير ارتجاعي ټکر کې له ټکر وروسته v_1 او v_2 سرعتونه ولري او هم يې کتلې m_1 او m_2 وي؛ نو د مومنتم تحفظ قانون ته په پام سره لرو:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}_s$$

پداسې حال کې چې له ټکر وروسته د دواړو جسمونو ګډ سرعت $\vec{v}_s$ دی؛ نو لرو:

$$\vec{v}_s = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

مخکې مو هم يادونه وکړه، چې په غير ارتجاعي ټکر کې د اجسامو حرکي انرژي مجموعه له ټکر مخکې او له ټکر وروسته سره مساوي نده. نو په غير ارتجاعي ټکر کې هغه انرژي چې ضايع کيږي له لاندې اړيکې څخه لاسته راځي:

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_s^2$$

مثال: يو جسم چې $1N$ وزن لري، د $12\dfrac{m}{\sec}$ سرعت په درلودلو سره حرکت کوي او يو بل جسم سره مخامخ چې $2N$ وزن او $12\dfrac{m}{\sec}$ سرعت لري، غير ارتجاعي ټکر کوي. مجموعي مومنتم او سرعت يې له ټکر وروسته په لاس راوړئ.

حل:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v_s$$

$$M = \frac{12}{9.8} - \frac{2(12)}{9.8} = (m_1 + m_2)v_s$$

له ټکر مخکې مجموعي مومنتم M عبارت دی له:
$$M=-1.22\ Kg\frac{m}{\sec}$$

نو:
$$v_s=\frac{M}{m_1+m_2}=\frac{-1.22}{\frac{3}{9.8}}=-4\frac{m}{\sec}$$

له ټکر وروسته مجموعي مومنتم عبارت دی له:
$$M'=\left(m_1+m_2\right)v_s=-1.22\ Kg\frac{m}{\sec}$$

پوښتنه: یو موټر د $2500\ Kg^*$ وزن او $54\frac{Km}{hr}$ سرعت په لرلو سره په مثبت جهت کې حرکت کوي او له یوه بل موټر سره چې نوموړي ته مخامخ د حرکت په حال کې دی $3600\ Kg^*$ وزن او $36\frac{Km}{hr}$ سرعت لري، غیر ارتجاعي ټکر کوي، مومنتم او سرعت یې له ټکر وروسته په لاس راوړئ.

ځواب: $v_s=0.9\frac{km}{hr}$ $\qquad M=5400kg\frac{m}{\sec}$

مثال: یوه مرمۍ چې $8gr$ کتله لري په خپل افقي جهت کې د یوه $9gr$ کتلې لرونکې لرګي سره چې د سکون حالت کې واقع دی، غیر ارتجاعي ټکر کوي او په لرګي کې له ننوتلو وروسته دواړه یو ځای په $41\frac{m}{\sec}$ سرعت کې حرکت کوي، له ټکر مخکې د مرمۍ سرعت معلوم کړئ.

حل:

$$m_1v_1+m_2v_2=\left(m_1+m_2\right)v_2$$
$$v_1=\frac{\left(m_1+m_2\right)}{m_1}v_2=\frac{(9+0.008)}{0.008}41\frac{m}{sa}$$
$$=46.165\frac{m}{\sec}$$

پوښتنه: یوه مرمۍ $20gr$ کتله او $50\frac{m}{\sec}$ سرعت لري د میز پر سر پروت یوه لرګي سره چې $7kg$ کتله لري، غیر ارتجاعي ټکر کوي.

الف. له ټکر وروسته د لرګي او مرمۍ سرعت معلوم کړئ.

ب. د ميز او د لرگي سطحو ترمنځ د اصطکاک قوه په لاس راوړئ، که چېرې لرگی له دريدلو مخکې د $1.5m$ واټن کې حرکت وکړي.

ځواب: الف $0.14\frac{m}{\sec}$. ب $0.047\ N$

مثال: يوه مرمۍ چې $5gr$ کتله او $300\frac{m}{\sec}$ سرعت لري، د بالستيک رقاصې د $1.99kg$ کتلې لرونکي لرگين مکعب سره ټکر کوي، له ټکر وروسته يې سرعت په لاس راوړئ او همدارنگه رقاصه په څومره ارتفاع سره پورته ځي.

حل:

$$v_s = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{0.005Kg \times 300\frac{m}{\sec}}{2.0Kg}$$

$$= 0.75\frac{m}{\sec}$$

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

$$h = \frac{v^2{}_s}{2g} = \frac{\left(0.75\frac{m}{\sec}\right)^2}{29.8\frac{m}{\sec^2}}$$

$$= \frac{0.5625}{19.6} = 2.8cm$$

پوښتنه: يوه $4kg$ کتلې لرونکې مرمۍ له $2.996kg$ کتلې لرونکې بالستيک رقاصې سره ټکر کوي، له ټکر وروسته يې گډ سرعت $0.5\frac{m}{\sec}$ دی، د مرمۍ لومړنی سرعت او د رقاصې د پورته تللو ارتفاع په لاس راوړئ.

ځواب: $h = 1.275\ cm$, $v_1 = 375\frac{m}{\sec}$

پوښتنې

1. د لاندې اجسامو سرعتونه درکړل شوي دي تاسو يې حرکي انرژي په لاس راوړئ.

$m = 110\,Kg \quad , \quad v = 8.1\frac{m}{\sec}$

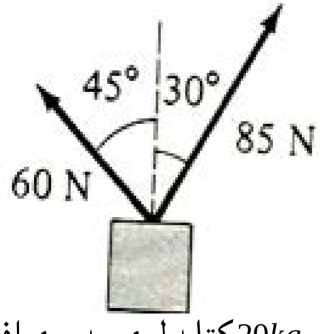
$m = 4.2\,gr \quad , \quad v = 950\frac{m}{\sec}$

$m = 91400\,Kg \quad , \quad v = 60\frac{Km}{hr}$

ځواب: $12.7\times10^{6}\,Joul \quad , \quad 18952.5\times10^{6}\,erg \quad , \quad 3608.55\,Joug$

2. په يوه جسم باندې د لاندې شکل په څېر دوې قوې عمل کوي او نوموړې جسم د دغو قوو د اغېزې په ترڅ کې $70cm$ د ځای بدلون کوي، د نوموړو دوو قوو پواسطه ترسره شوی مجموعي کار په لاس راوړئ.

ځواب: $81.227\,Joul$



3. د F افقي قوه يو جسم چې $20kg$ کتله لري په يوې افقي سطحې باندې په ثابت سرعت سره په حرکت راولي، که چېرې د اصطکاک ضريب 0.6 وي؛ نو ترسره شوی کار له $3m$ واټن وهلو وروسته په لاس راوړئ.

ځواب: $352.8\,Joul$

4. نيوترون چې $1.67\times10^{-17}\,Kg$ کتله او $8.8\frac{Km}{hr}$ سرعت لري له يوه پروتون سره چې $3.34\cdot10^{-17}kg$ کتله لري او د سکون حالت کې واقع دی؛ غير ارتجاعي ټکر کوي، له ټکر وروسته يې سرعت په لاس راوړئ.

ځواب: $v_2' = 5.9\frac{Km}{hr}$, $v_1' = -2.93\frac{Km}{hr}$

5. يو چټک نيوترون له يوه پروتون سره چې د سکون حالت کې پروت دی، ارتجاعي ټکر کوي. که د نومړو کتلې سره مساوي وي؛ نو د انرژي تحفظ او مومنتم قانون وکاروئ او په الجبري توګه وښيئ چې څه پيښيږي.

6. د $2\ gr^*$ او $3gr^*$ وزنونو لرونکي دوه توپونه يو او بل ته مخامخ په $8\frac{cm}{sec}$ او $6\frac{cm}{sec}$ سرعت کې حرکت او ارتجاعي ټکر کوي. د ټکر نه وروسته يې سرعت په لاس راوړئ.

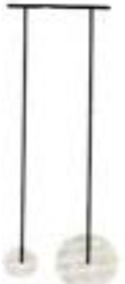
ځواب: $8.8\frac{cm}{sec}-$ او $5.2\frac{cm}{sec}$

7. دوه مشابه توپونه چې د يوه سرعت يې $0.75\frac{m}{sec}$ او د بل سرعت يې $\left(-0.4\frac{m}{sec}\right)$ دی، د يو او بل سره ارتجاعي ټکر کوي؛ نو د ټکر نه وروسته يې سرعت معلوم کړی.

ځواب: $v_2' = 0.75$, $v_1' = -0.4\frac{m}{sec}$

8. په ورکړل شوي شکل کې وړوکی توپ $0.3kg$ کتله او غټ توپ $0.5kg$ کتله لري. که چېرې وړوکی توپ شا لور ته کش او بيا يې خوشې کړو؛ نو سرعت يې د خوشې کولو نه وروسته $4\frac{m}{sec}$ کيږي او غټ توپ سره ارتجاعي ټکر کوي، د دواړو توپونو سرعتونه څومره دي.

ځواب: $v_2' = 3\frac{m}{sec}$, $v_1' = -1\frac{m}{sec}$



9. په پورتنی شکل کې دواړه توپونه لومړی شا لور ته کش او بیا دواړه یو ځای او هم مهاله خوشې کوو چې د یو او بل سره ارتجاعي ټکر وکړي د وړوکی توپ کتله $0.15\ Kg$ او ښي لورته په $4\dfrac{m}{\sec}$ سرعت سره حرکت کوي او غټ توپ چې $0.25\,Kg$ کتله او کیڼ لورته په $3\dfrac{m}{\sec}$ سرعت سره حرکت کوي؛ نو سرعت یې د ټکر نه وروسته په لاس راوړئ.

ځواب: $v_2'' = 2.25\dfrac{m}{\sec}$, $v_1' = -4.75\dfrac{m}{\sec}$

10. دوه جسمونه چې $16gr$ او $4gr$ کتلې لري او یو بل ته مخامخ په $30\dfrac{m}{\sec}$ سرعت او $50\dfrac{m}{\sec}$ سره حرکت او ټکر کوي، د ټکر نه وروسته سره نښلي؛ نو د ټکر نه وروسته یې سرعت معلوم کړی.

ځواب: $14\dfrac{cm}{\sec}$

11. $0.7\ N$ قوې ته اړتیا ده، تر څو د لرګي یو ټوټه چې $5kg$ کتله لري، د میز پر مخ په ثابت سرعت سره پورې وهي؛ نو د $20gr$ مرمۍ سرعت به څومره وي، که چیرې همدا مرمۍ د یاد لرګي سره ټکر وکړي او په نوموړي لرګي کې د ننوتلو نه وروسته یې د $1.5m$ په واټن د میز پر مخ وښویوي.

ځواب: $160.7\dfrac{m}{\sec}$

12. یو $1Kg$ کتلې لرونکی توپ د $4m$ ارتفاع څخه ځمکې ته رالویږي او د ځمکې سره د ټکر نه وروسته په $2.5m$ اعظمي ارتفاع کې د ځمکې څخه بیرته پورته ځي، هغه مومنتم په لاس راوړئ چې توپ یې ځمکې سره د لګېدلو پر مهال ځمکې ته لیږدوي.

ځواب: $15.9\ Kg\dfrac{m}{\sec}$

13. یو توپ چې $45.8kg$ کتله لري د $2m$ ارتفاع څخه آزاد سقوط کوي او ځمکې سره د لګیدلو نه وروسته د $1.5m$ ارتفاع باندې پورته ځي. که چیرې د ځمکې سره لګېدلو وخت $7\sec$ وي؛ نو د قوې ضربه او منځنی تعجیل یې په لاس راوړئ.

ځواب: $\bar{a} = -1.6\frac{m}{\sec^2}$, $1 = -0.532M\sec$

14. A او B دوه جسمونه يو او بل ته مخامخ د حركت په حال كې چې سرعت او كتلې يې په ترتيب سره $0.8Kg$ ، $1.2\ Kg$ ، $5\frac{m}{\sec}$ او $4\frac{m}{\sec}$ دي، د يو بل سره ټكر كوي؛ نو د ټكر نه وروسته د A جسم كيڼ لور ته په $4\frac{m}{\sec}$ سرعت كې حركت كوي، د B جسم سرعت معلوم كړی.

ځواب: $2.66\frac{m}{\sec}$

15. يو مرمۍ چې $15gr$ كتله لري د $3kg$ كتلې لرونكې بالستيک رقاصې سره غير ارتجاعي ټكر كوي، د مرمۍ لومړنی سرعت معلوم كړی، كه چېرې د ټكر نه وروسته رقاصه د $10cm$ ارتفاع پورې پورته شي.

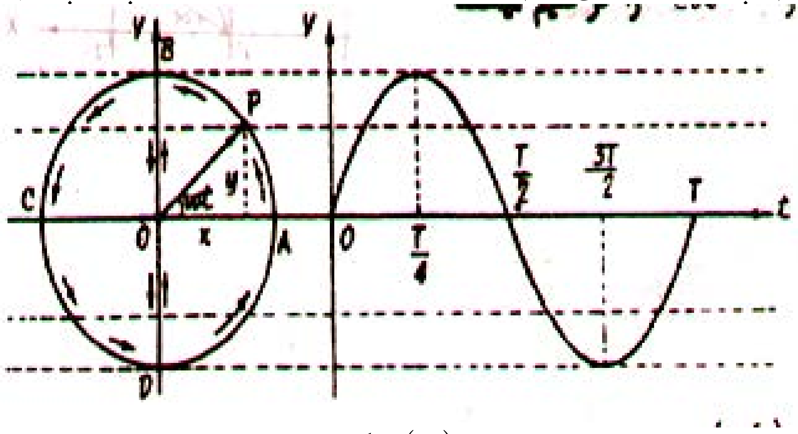
ځواب: $281\frac{m}{\sec}$

پنځم څپرکی

هارمونيکي اهتزازونه

۵.۱ اهتزازونه

که چېرې يوه مادي نقطه د دايرې په محيط باندې په ثابت زاويوي سرعت سره حرکت وکړي؛ نو مرتسمونه يې د X او Y پر محورونو اهتزازي حرکتونه ترسره کوي. که مادي نقطه له A نقطې څخه B ته ، له B څخه C ته، له C څخه D ته او له D تر A نقطې پورې د دايرې محيط باندې حرکت وکړي؛ نو د (51) شکل پر اساس يې مرتسم د Y پر محور باندې د BD قطر په لاندې ډول وهي. له O څخه تر B پورې، له O څخه تر D او له D بيا تر O پورې؛ خو د X پر محور يې بل مرتسم، د AC قطر له A تر C او له C څخه بيا تر A پورې د OA له لارې وهي. که چېرې د X او Y گراف د قايمو مختصاتو پر سيستم کې د وخت پر تابع رسم کړو ؛ نو د $Sine$ او $Cosine$ منحني گانې کاږي.



(51) شکل

که په (51) شکل کې د t په وخت کې مادي نقطه د p په موقعيت کې ځای ولري نو لرو:

$$Cos\ \omega t = \frac{x}{r}$$

$$Sin\ \omega t = \frac{y}{r}$$

له دې ځايه:

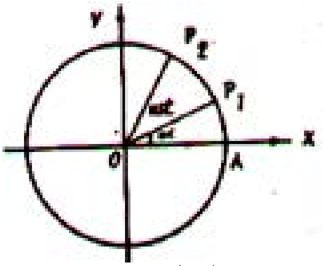
$$x = r\ Cos\ \omega t \qquad (1-5)$$

$$y = r\ Sin\ \omega t \qquad (2-5)$$

د $(5-1)$ او $(5-2)$ معادلې د اهتزازي حرکت معادلې نومېږي چې دلته $\omega = \dfrac{\alpha}{t}$ دی او a د فاز زاویه، r امپلیتود، x او y د اهتزازي حرکت بعدونه دي؛ دا ډول اهتزازونه، هارمونیکي اهتزازونه نومېږي. که مادي نقطې د A له نقطې څخه په حرکت پیل نه وي کړی، بلکه له p_1 نقطې څخه یې په حرکت پیل کړی وي؛ نو له t وخت وروسته به د p_2 نقطې ته ورسیږي لکه په (52) شکل کې؛ چې پردې صورت کې $(5-1)$ او $(5-2)$ معادلې په لاندې ډول لیکو:

$$x = r\,Cos(\omega t + \alpha)$$

$$y = r\sin(\omega t + \alpha)$$



(52) شکل

داسې چې α لومړنی فاز او ωt لحظوي فاز نومېږي؛ یو اهتزازي حرکت د لاندې ځانګړنو لرونکی وي.

1. **بعد**: په یوې کیفي شېبه کې د تعادل له حالت څخه د جسم واټن د اهتزاز بعد نومېږي.
2. **امپلیتود یا د اهتزاز لمنه**: په یوه هارمونیکي اهتزازي حرکت کې اعظمي بعد امپلیتود نومېږي او یا هم په بل عبارت د تعادل موقعیت او د هغې نقطې تر منځ واټن چې جسم خپل د حرکت جهت ته پکښې بدلون ورکوي؛ د هارمونیکي اهتزازي حرکت امپلیتود نومېږي.
3. **د تناوب وخت یا پریود**: د جسم حرکت دوو پرله پسې او مشابه حالتونو ترمنځ وختنیز واټن ته د تناوب وخت ویل کیږي. د تناوب وخت چې د یوه بشپړ اهتزاز موده ښیې زیاتره په T سره ښودل کیږي.

4. **فریکونسي**: په یوې ثانیه کې د اهتزازونو شمېر او یا د تناوب وخت T معکوس ته د اهتزازي حرکت فریکونسي وایي او په f سره ښودل کېږي چې: $f=\frac{1}{T}$

5. **فاز**: په یوې ټاکلې شېبه کې د جسم اهتزازي حالت د جسم فاز نومېږي د دې لپاره چې په یوه اهتزازي هارمونیکي حرکت کې د v سرعت او a **تعجیل معادلې** په لاس راوړو؛ $(5-1)$ اړیکې **څخه** دوه ځلې مشتق نیسو چې له لومړي مشتق یې د x پر محور د سرعت او دویم مشتق **څخه** یې پر همدې محور د **تعجیل معادله** لاسته راځي.

$$v(t)=\frac{dx}{dt}=-r\,\omega\,Sin\,\omega t$$

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}=-r\,\omega^2\,Cos\,\omega t=-\omega^2\,x$$

په همدې ډول له $(5-2)$ **معادلې څخه** لرو:

$$v(t)=\frac{dy}{dt}=r\,\omega\,Cos\,\omega t$$

$$a(t)=\frac{dv}{dt}=-r\omega^2\,Sin\,\omega t=-\omega^2 y$$

پورتنۍ اړیکې د y پر محور د سرعت او **تعجیل معادلې** ښیي چې **تعجیل** یې:

$$F=-m\,\omega^2 y$$

قوې سره مل دی. څرنګه چې د m کتله او د ω زاویوي سرعت ثابت دي نو $m\omega^2$ په k سره وضع کوو؛ نو F قوه مساوي کېږي په: $F=-k\;y$

او یا: $F=-k\,x$

له $m\,\omega^2=k$ اړیکې **څخه** لرو چې $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ کېږي او پوهېږو چې: $\omega=\frac{2\,\pi}{T}$

ده؛ نو: $\frac{2\,\pi}{T}=\sqrt{\frac{k}{m}}$

له پورتنۍ اړیکې **څخه** لرو.

$$T=2\,\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (4-5)$$

$(5-4)$ اړیکه په هارمونیکي اهتزازي حرکت کې د تناوب وخت او یا هم پریود دی.

څرنګه چې فریکونسي د پریود معکوس ده؛ نو: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

مثال: د یوه اهتزازي حرکت معادله په $x = 0,2\sin(3t)m$ ډول ورکړل شوې ده؛ د سرعت او تعجیل معادلې یې په لاس راوړئ. که چېرې اهتزاز کوونکی جسم د تعادل حالت څخه په $5cm$ واټن کې پروت وي؛ نو پر همدې حالت کې یې تعجیل او سرعت په لاس راوړئ همدارنګه په $x = 0$ نقطه کې یې هم تعجیل او سرعت ومومئ.

حل:

$$x = 0.2\ Sin(3t)$$

$$v = 0.6\ Cos(3t)$$

$$a = -1.8\ Sin(3t)$$

که چېرې $x = 5cm = 0,05m$ وي.

$$Sin(3t) = \frac{0.05}{0,2} = 0.25$$

$$3t = 14.5^0$$

$$v = 0.6\,Cos(14.5) \qquad , \qquad a = -1.8\,Sin(14.5)$$

$$v = 0.58\frac{m}{\sec} \qquad , \qquad a = -0.45\frac{m}{\sec^2}$$

$$= 0.2\sin(3t)$$

په $x = 0$ حالت کې لرو.

پوښتنه: د یوه جسم اهتزازي حرکت معادله په $b = 6\sin(1.3t - 73)$ ډول ورکړل شوې ده چې t په ثانیه او زاویه په rad ورکړل شوې دي.

الف. په $t = 0$ کې د ځای بدلون سرعت او تعجیل په لاس راوړئ.

ځواب: $a = 1.84\frac{m}{\sec^2} \quad , \quad v = 1.52\frac{cm}{\sec} \quad , \quad y = -1.09cm$

ب: د $t = 0,6$ لپاره د ځای بدلون، سرعت او تعجیل په لاس راوړئ.

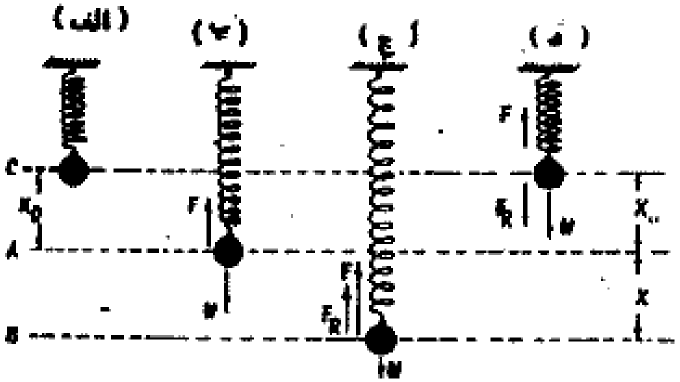
ځواب: $a = -0.081\frac{cm}{\sec^2} \quad , \quad v = 2.08\frac{cm}{\sec} \quad , \quad y = 0.048\ cm$

۵.۲ رقاصې

۱. فنري يا ارتجاعي رقاصه

که د فنر په يوه سر پورې د m کتله او بل سر يې په يوې نقطه کې راځوړند کړو؛ نو يوه فنري رقاصه ترينه منځته راځي. د نوموړي جسم حرکت کولای شي، د اهتزازي حرکت پورې اړونده ټولو پوښتنو ته ځواب ووايي.

لومړی جسم له A تعادل موقعيت څخه د B موقعيت پورې کش کوو؛ که جسم بېرته له دغه موقعيت څخه خوشي کړو؛ نو وينو چې جسم پورته لوري ته تعجيلي حرکت ترسره کوي، چې له A موقعيت څخه تيرېږي او د C موقعيت پورې رسيږي.



(53) شکل

وروسته بيا فنر کش کوو او جسم بيرته د A, B, C مسير وهي. دلته پدغه جسم باندې عامله قوې عبارت دي له: د جسم وزن $W = mg$ او د F ارتجاعي قوه چې دهوک قانون ته په پام سره له $F = -kx$ اړيکي څخه لاسته راځي. په دغې معادله کې X له تعادل څخه د جسم ځای بدلون يا د فنر انبساط او K د فنر ثابت ضريب دی. که چېرې قوه او د ځای بدلون دوکتورې کمياتو په ډول په پام کې ونيسو؛ نو پر دغه حالت کې يې بايد جهت وټاکو.

که ښکته خوا ته جهت مثبت وي؛ نو W او x مثبت جهت لري. په (53ـ الف) شکل کې فنر په عادي حالت کې قرار لري. که د m کتلې لرونکی جسم د فنر په يوه سر پورې ځوړند شي؛ نو د جسم وزن له امله فنر انبساط کوي، دا انبساط تر هغه مهاله ادامه مومي، تر څو چې د تعادل حالت را منځته شي. د (53ـ ب) شکل مطابق پدغه حالت کې د فنر $F = k\,x_0$ ارتجاعي قوه د جسم وزن يعنې $W = m\,g$ سره مساوي کيږي؛ نو:

$$m\,g = k\,x_0$$

په دغه حالت کې د جسم موقعیت په A سره ښیو. او س که چېرې فنر ته د عضلاتي قوې پواسطه د B موقعیت پورې انسباط ورکړو او بېرته یې خوشې کړو؛ نو پردې حالت کې د فنر ارتجاعي قوه د جسم وزن څخه زیاتیږي او دا قوه عبارت ده له:

$$m\,g \;=\; k\,x_0 \qquad (6-5)$$

د قوې جهت پورته لوري ته دی. د $(5-6)$ معادلې پر اساس د جسم وزن mg د $k\,x_0$ قوې سره مساوي دی او د جسم m کتلې باندې په ښکته لوري عمل کوي. نو د دغو قوو محصله له F_R څخه عبارت ده داسې چې:

$$F_R = k\,x_0 - k\left(x + x_0\right)$$

$$F_R \;=\; -k\,x \qquad (8-5)$$

دلته د F_R قوې جهت صعودي دی او جسم ته د A جهت پورې تعجیل ورکوي. یعنې په دغه حالت کې د F_R قوه جسم ته د تعادل حالت لوري ته تعجیل ورکوي؛ نو کولای شو وو ایو چې پورتنی حقیقت جسم له A تعادل څخه د لوړې نقطې پورې هم ریښتیني کوي؛ نو ویلای شو چې جسم د B او C نقطو کې اعظمي تعجیل لري او د A په نقطه کې یې تعجیل صفر دی؛ نو په پایله کې کله چې جسم د A تعادل حالت ته بېرته راو ګرځي؛ نو د F_R قوه صفر کیږي؛ خو جسم د خپل عطالت اغېزې له امله حرکت ته ادامه ورکوي، د هغه فشار د اغېزې له کبله چې جسم یې په فنر واردوي لیدل کیږي چې فنر سره راټولیږي او د فنر دا راټولېدل پر جسم باندې د فنر له لورې د ارتجاعي قوې د رامنځته کېدلو لامل کیږي؛ نو پردې حالت کې د F_R محصله قوه مخ په ښکته عمل کوي او د حرکت د تاخیر لامل ګرځي تردې چې د C په موقعیت کې د جسم سرعت صفر شي. د فنر هغه ارتجاعي قوه چې د A په موقعیت یا د جسم تعادل پر جهت عمل کوي، بیا جسم ښکته خواته راکشوي چې بیا هم د A په موقعیت کې د F_R محصله قوه صفر کیږي او جسم د خپل عطالت پواسطه بېرته د B نقطې ته رارسیږي. په هر حالت کې وینو، چې په جسم باندې عامله قوه له تعادل حالت څخه د جسم واټن خطي تابع ده؛ نو په هغو حرکتونو کې چې پر جسم باندې عامله قوه د واټن خطي تابع وي، هارمونیکي اهتزازونه ورته ویل کیږي. د نیوټن له دوهم قانون څخه لرو:

$$F_1 \;=\; m\,a \;=\; m\,\frac{d^2x}{dt^2} \qquad (9-5)$$

د $(5-8)$ او $(5-9)$ رابطو له پرتله کولو وروسته لرو:

$$m\,\frac{d^2x}{dt^2} \;=\; -kx$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \qquad (10-5)$$

له $(10-5)$ معادلې څخه لرو چې:

$$x = r\,Cos\,\omega t$$

له دې ځایه:

$$\frac{dx}{dt} = -r\omega\,Sin\,\omega t$$

او:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -r\,\omega^2 Cos\,\omega t$$

که چېرې د x او $\frac{d^2x}{dt^2}$ قیمتونه په $(10-5)$ معادله کې کښېږدو؛ نو لرو:

$$-mr\omega^2\,Cos\,\omega t + r\,k\,Cos\,\omega t = 0$$

$$\left(-\omega^2 + \frac{k}{m}\right)Cos\,\omega t = 0$$

له دې ځایه څخه لرو:

$$-\omega^2 + \frac{k}{m} = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T}$$

نو د فنري رقاصي پریود عبارت دی له:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (11-5)$$

او فریکونسي یې مساوي ده په:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (12-5)$$

پوهېږو چې د جامدو اجسامو مالیکولونه د مالیکولونو تر منځ یې د کشش قوې پواسطه سره ارتباط لري. که چېرې جامد جسم تود شي؛ نو پردې حالت کې یې مالیکونه د تعادل حالت شاوخوا ته اهتزازي حرکتونه ترسره کوي، چې د فنري رقاصي اهتزازي حرکت ته ورته دي.

مثال: $50gr$ کتله په فنر پورې تړل شوې ده که $20gr$ کتله پرې نوره هم ورزیاته کړو؛ نو فنر د $7cm$ په اندازې سره انسباط کوي.

الف. د فنر ثابت په لاس راوړئ.

ب. که $20gr$ کتله بېرته لرې کړو؛ نو د حرکت پریود په لاس راوړئ.

حل. الف.

$$F = k\ x$$

$$k = \frac{F}{x} = \frac{m\,g}{x} = \frac{0.02\,Kg\left(9.8\,\frac{m}{\sec^2}\right)}{0.07\,m} = 2.8\,\frac{N}{m}$$

ب.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2.14\sqrt{\frac{0.05\,Kg}{2.8\,\frac{N}{m}}}$$

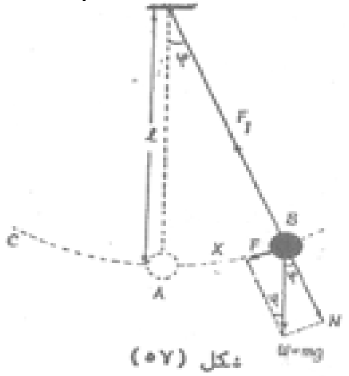
$$T = 0.84\sec$$

پوښتنه. یو $50gr$ کتله لرونکی جسم په یوه فنر پورې تړل شوی دی، چې فنر ته $4cm$ انسباط ورکوي، که په تولیز ډول $150gr$ کتله پرې باندې وتړل شي او فنر په اهتزاز پیل وکړي؛ نو د اهتزازونو پریود په لاس راوړئ.

ځواب: $0.695\sec$

۲. ساده رقاصه

که چېرې یو د m کتلې لرونکی نقطوي جسم، په یوه وزن نلرونکي تار یعنې د تار له وزن نه سترګې پټې کړو ؛ وتړل شي. نو ساده رقاصه نومیږي. لکه په (54) شکل کې. که چېرې د m کتله د h په ارتفاع له A تعادل نقطې څخه د B نقطې پورې ولیږدول شي. نو پر دغه حالت کې جسم د لومړني حالت په پرتله زیاته پوتانسیلي انرژي لري او غواړي چې بېرته خپل لومړي حالت ته راوګرځي، د B او C په نقطو کې جسم پوتانسیلي انرژي لري. خو که چېرې خوشي شي؛ نو د A نقطه کې دغه انرژي په حرکي انرژي اوړي.



(54) شکل

اوس غواړو هغه قوه په لاس راوړو کومه چې جسم له B نقطې څخه د A نقطې ته راګرځوي. ددې کار لپاره د B په نقطه کې د جسم وزن په دوو مرکبو چې یوه یې د حرکت مسیر سره مماس یعنې F ده او بله یې د رقاصې د تار په امتداد کې یعنې N ده؛ تجزیه کوو. دلته د N مرکبه د تار F_1 کشش قوې پواسطه په تعادل کې نیول کیږي؛ نو هغه قوه چې له B نقطې څخه د A تعادل نقطې پورې د m کتلې ښوییدلو لامل کیږي (که چیرې له A نقطې څخه د B نقطې پورې جهت مثبت وي) عبارت دی له:

$$F = -m\,g\,Sin\,\varphi \qquad (13-5)$$

د وزن مرکبه د حرکت له جهت سره مماس ده. که چیرې د φ زاویه ډیره وړه وي؛ نو بیا د φ زاویې Sin د φ زاویې سره مساوي کیږي، یعنې: $Sin\varphi = \varphi$

نو: $F = -m\,g\,\varphi$

$$\varphi = \frac{X}{L}$$

په (54) شکل کې وینو چې $\varphi = \dfrac{X}{L}$ کیږي؛ نو لرو:

$$F = -m\,g\,\frac{x}{L} \qquad (14-5)$$

په وروستۍ اړیکه کې وینو هغه قوه چې د تعادل حالت پورې د m کتلې ښوییدلو لامل ګرځي د x قوس خطي تابع ده. دا چې د F قوه د m کتلې ته یو تعجیلي حرکت ورکوي؛ نو د نیوټن له دوهم قانون څخه لرو:

$$F = m\,a = m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad (15-5)$$

د $(14-5)$ او $(15-5)$ اړیکو له پرتله کولو څخه لرو:

$$m\,\frac{d^2x}{dt^2} = -m\,g\,\frac{x}{L}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + g\,\frac{x}{L} = 0 \qquad (16-5)$$

له $(16-5)$ معادلې څخه لرو:

که چیرې د x او $\dfrac{d^2x}{dt^2}$ قیمتونه په $(16-5)$ معادله کې کېښېږدو؛ نو لرو:

$$- r\ \omega^2\ Cos\ \omega t + \frac{g}{L} r\ Cos\ \omega t = 0$$

$$\left(- \omega^2 + \frac{g}{L}\right) r\ Cos\ \omega t = 0$$

له دې ځايه لرو:

$$- \omega^2 + \frac{g}{L} = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \frac{2\pi}{T}$$

نو د ساده رقاصې د تناوب وخت T عبارت دی له:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

په پورتنۍ اړیکه کې څرګندیږي چې T د رقاصې د تار اوږدوالي L تابع ده او د جسم m کتلې تابع نه ده، د نوموړې رابطې پواسطه کولای شو، د ځمکې جاذبه تعجیل په لاس راوړو. د رقاصې تناوب وخت ته په کتو سره فریکونسي یې له لاندې اړیکې څخه لاسته راځي.

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

مثال- د ساده رقاصې د تار اوږدوالی معلوم کړی، که چېرې یې پریود $2.4\sec$ وي.

حل:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(2.4\sec)^2\ 9.8\frac{m}{\sec^2}}{4(3.14)^2}$$

$$L = 1.43\ m$$

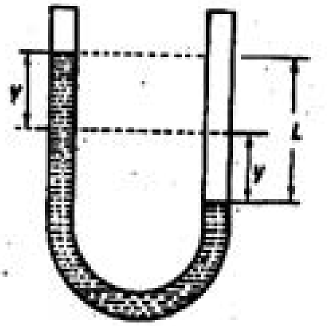
پوښتنه: د رقاصې د تار اوږدوالی $35.9m$ او پریود یې $12\sec$ دی، **تعجیل** g یې په لاس راوړئ.

ځواب: $9.77\frac{m}{\sec^2}$

۳. په U ډوله تيوب کې د مايع اهتزازونه

په U ډوله ښيښه ايي تيوب کې يو مقدار اوبه اچوو ؛ که چېرې د تيوب په يوې خوا کې د مايع ارتفاع له تعادل حالت څخه د y په اندازه پورته کړو ، لکه په (55) شکل کې ؛ نو په دې حالت کې هغه قوه چې پورته وړل شوې مايع بېرته د تعادل حالت ته راولي ، د هغې مايع له وزن څخه عبارت ده چې ارتفاع يې $L = 2y_n$ ده. که چېرې p د مايع کثافت او S د تيوب د سطحې مساحت وي؛ نو ياده قوه عبارت ده له: $F = 2\rho g y S$

دا چې ρ, S او g ثابت دي؛ نو د F قوه له y سره متناسب ده. پردې توګه:



(55) شکل

د تيوب په دواړو خواو کې د مايع حرکت يو هارمونيکي اهتزازي حرکت دی. د دغه اهتزاز د تناوب وخت يا پريود T له لاندې اړيکې څخه لاسته راځي.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{2g}}$$

پداسې حال کې چې $L = 2y$ د تيوب په دواړو خواوو کې د مايع اعظمي ارتفاع توپير دی.

۵.۳ د يوه هارمونيکي اهتزازي سيستم انرژي

د مجموعي انرژي څېړلو لپاره (53) شکل بيا په پام کې نيسو د $x(t)$ يوه بعد لپاره مجموعي انرژي د لاندې اړيکې پواسطه ورکړل شوېده.

$$E_{tot}=E_p+E_{ten}+E_k \qquad (17-5)$$

پداسې حال کې چې E_{tot} مجموعي انرژي، E_p پوتانسيلي انرژي، E_{ten} د فنر کشش انرژي او E_k د اهتزاز کوونکي جسم حرکي انرژي ده. که چېرې x د اهتزاز امپليتود وي؛ نو د اهتزاز کوونکي جسم د پوتانسيل انرژي E_p عبارت ده له:

$$E_p = m\,g(r - x)$$

د $(6-5)$ معادلې له مخې $m\,g = k\,x_0$, کیږي؛ نو:

$$E_p = k\,x_0(r - x)$$

د فنر کشش انرژي کولای شو په لاندې ډول ولیکو:

$$E_{ten} = \frac{1}{2}k(x + x_0)^2$$

ځرنګه چې د x پر واټن کې د m کتله $v = r\omega \sin \omega t$ سرعت لري؛ نو حرکي انرژي یې په لاندې ډول ده:

$$E_k = \frac{1}{2}m\,r^2\omega^2 Sin^2 \omega t$$

د $k = m\,\omega^2$ په پام کې نیولو سره $(17-5)$ اړیکه په لاندې ډول لیکلای شو:

$$E_{tot} = k\,x_0(r - x) + \frac{1}{2}k\,x^2 + k\,x\,x_0 + \frac{1}{2}k\,x_0^2 + \frac{1}{2}k\,r^2\,Sin^2\,\omega t$$

دا چې $x = r\cos wt$ دی؛ نو پورتنۍ اړیکه په لاندې بڼه اوړي:

$$E_{tot} = k\,x_0(r - r\,Cos\,\omega t) + \frac{1}{2}k\,r^2 Cos^2 \omega t + k\,r\,Cos\,\omega t\,x_0 +$$

$$\frac{1}{2}k\,x_0^2 + \frac{1}{2}k\,r^2 Sin^2 \omega t$$

$$E_{tot} = r\,k\,x_0 + \frac{1}{2}k\,x_0^2 + \frac{1}{2}k\,r^2$$

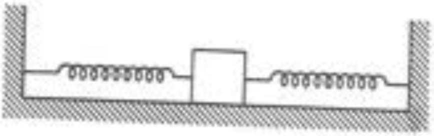
$$E_{tot} = \frac{1}{2}k(r + x_0)^2 \qquad (18-5)$$

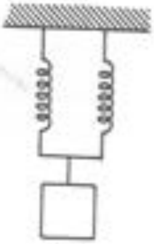
دا هماغه انرژي ده چې د حرکت په لومړیو یعنې د $x + x_0$ په واټن کې یې لرله؛ نو ویلای شو چې د اهتزاز په هره نقطه او یا هره شېبه کې انرژي ثابته ده او دا له هغې انرژي سره مساوي ده، چې جسم یې د حرکت پر مهال ذېرمه کوي. نو کولای شو چې وو ایو: په یوه هارمونیکي اهتزاز کې د اهتزاز کوونکي سیستم مجموعي انرژي ثابته ده او په پرله پسې توګه له یو شکل څخه په بل شکل اوړي.

پوښتنې

1. دوه مشابه فنرونه چې د فنر ثابت ضریب یې $k = 20\dfrac{N}{m}$ دی؛ لکه په الف او ب شکلونو کې. که چېرې جسم د $0.3kg$ کتلې په درلودلو سره ورباندې وتړل شي؛ نو په هر حالت کې یې د حرکت پریود په لاس راوړئ.

ځواب: الف. $0.54\sec$ ب. $0.54\sec$


(a)


(b)

2. یو جسم چې د فنر په یوه سر پورې تړل شوی دی؛ هارمونیکي اهتزازونه ترسره کوي، د جسم تعجیل او اعظمي سرعت په ترتیب سره $18\dfrac{m}{\sec^2}$ او $3\dfrac{m}{\sec}$ دي، د اهتزاز امپلیتود او فریکونسي په لاس راوړئ.

ځواب: $f = 0.95\ Hz$ او $r = 0.5\ m$

3. یو فنر په $40\sec$ کې 12 اهتزازونه ترسره کوي. د اهتزاز پریود او فریکونسي یې په لاس راوړئ.

ځواب: $T = 3.3\sec$, $f = 0.303Hz$

4. یو $250gr$ کتلې لرونکی جسم په فنر پورې تړل شوی دی او د $1.1\sec$ پریود په لرلو سره اهتزاز کوي، که چېرې پریود دوه ځلې شي؛ نو $250gr$ کتلې باندې باید څومره کتله ورزیاته کړای شي.

ځواب: $750gr$

5. یو جسم چې $0.5kg$ کتله لري د $2Hz$ فریکونسي او $8mm$ امپلیتود په لرلو سره هارمونیکي اهتزازونه ترسره کوي؛ اعظمي تعجیل، اعظمي سرعت او اعظمي ارتجاعي قوه چې د فنر له لوري پر جسم وارد یږي په لاس راوړئ.

ځواب: $v = 0.1001\dfrac{m}{\sec}$, $a = 1.262\dfrac{m}{\sec^2}$, $F = 0.63N$

شپږم څپرکی

د مایعاتو او غازاتو ستاتیک

۶.۱ د مایعاتو او غازاتو ځانګړتیاوې

مایعات او غازات د جامداتو خلاف ټاکلی شکل نلري، ځکه چې په مایع او غاز حالت کې د موادو مالیکولونه ثابت او معین موقعیت نلري او په خپلواکه توګه کولای شي حرکت وکړي. په مایعاتو کې مالیکولونه یو او بل ته نږدې پراته وي او تر منځ یې بین المالیکولي کمزورې قوه وجود لري. د همدغو قوو له امله مایعات معین شکل نلري او په هماغه لوښي کې چې توئیږي د هماغه شکل ځانته غوره کوي؛ غازات د مایعاتو پر خلاف په هره فضا کې چې پرېښودل شي، هماغه فضا کې خورېږي.

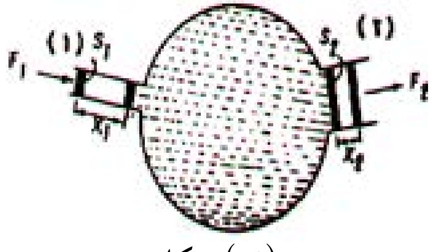
څرنګه چې په غازاتو کې د مالیکولونو تر منځ واټن د مایعاتو پر نسبت زیات دی؛ نو د مالیکولونو ترمنځ یې جاذبه قوه زښته لږه ده، چې په پایله کې یې کثافت هم د مایعاتو پر نسبت ډیر وړوکی دی.

د مایعاتو او غازاتو مالیکولونه د جامد اجسامو مالیکولونو پر څېر د سکون په حال کې ندي او د حرکت سرعت یې په تودوخې پورې تړاو لري، د غازاتو او مایعاتو مالیکولونه د جامد اجسامو مالیکولونو پر څېر د تعادل حالت پر شاوخوا اهتزازي حرکت نه ترسره کوي، بلکه د حرکت ډول یې غیر منظم انتقالي دی، ځکه چې مالیکولونه یې د څنګ مالیکولونو سره ټکر کوي؛ نو د ټکر قوانینو ته په کتو سره یې د حرکت جهتونه بدلون مومي.

څرنګه چې د غازاتو مالیکولونو تر منځ جاذبه قوه زیاته وړوکې ده؛ نو له همدې کبله له ټکر وروسته د غازاتو مالیکولونه په خپلواکه ډول حرکت کوي او په ټوله فضا کې خورېږي. که په یوه څاڅکي مایع د مثال په توګه اوبو کې د حل کېدلو نه وړ ذرات، لکه د توش رنګ وردننه کړو او بیا یې په میکروسکوپ کې وګورو؛ نو وبه وینو چې د مایع مالیکولونه ساکن ندي او یو غیر منظم حرکت د منکسر مسیرونو په ډول ترسره کوي. د مالیکولونو دغه حرکت ته بروني (*Braunian*) حرکت وایي. د بروني حرکت موجودیت د غازاتو، دوړو او خاورو په ذرو کې هم لیدلی شو.

۲.۲ په مایعاتو او ګازاتو کې د فشار توزیع؛ د نومړو د وزن په پام کې نه نیولو سره:

د 56 شکل په شان له مایع څخه ډک یو تړلی لوښی په پام کې نیسو او دا هم فرض کوو، چې مایع د ځمکې جاذبه قوې تر اغېزې لاندې نده.



(56) شکل

پاسینی لوښی په خپلو دواړو خواوو کې دوه سوري لري او د S_1 او S_2 مساحت لرونکو پستونونو پواسطه بند شوی، که چېرې پر (1) پستون د F_1 قوه وارده شي؛ نو پردې حالت کې پستون د مایع پر سطح د $P_1 = \frac{F_1}{S_1}$ فشار واردوي. د عکس او عمل قانون ته په پام سره مایع پر (1) پستون باندې همدومره قوه په مخالف جهت یعنې F_1 واردوي، د F_1 قوې د اغېزې له امله (1) پستون د مایع په دننه کې د x_1 په اندازه د ځای بدلون کوي، چې په پایله کې یو مقدار مایع د $V_1 = S_1 x_1$ حجم پر لرلو سره بې ځایه کیږي؛ نو د F_1 قوه د عکس العمل قوې F_1 – په وړاندې کار ترسره کوي چې دا کار عبارت دی له: $K_1 = F_1 x_1$

دې ته هم په پاملرنې سره چې مایعات د تراکم وړتیا نلري؛ نو (2) پستون د F_2 قوې په مټ، د x_1 په اندازه داسې د ځای بدلون کوي چې پر (2) برخې کې د مایع بې ځایه شوی حجم د (1) برخې له بې ځایه شوي حجم سره مساوي وي؛ یعنې:

$$x_1 S_1 = x_2 S_2 \qquad (1-6)$$

څرنګه چې پوهیږو هغه کار چې پر (1) پستون تر سره شوی دی، د انرژي تحفظ قانون له مخې له منځه نه ځي؛ نو همدومره کار پر (2) پستون هم ترسره کیږي. یعنې:

$$F_1 x_1 = F_2 x_2 \qquad (2-6)$$

دا چې $x_1 S_1 = x_2 S_2$ کیږي؛ نو (6–1) او (6–2) اړیکې دواړه لوري یو پر بل باندې تقسیم کوو؛ نو لرو:

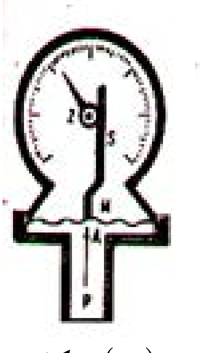
$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \qquad (3-6)$$

او یا: $$P_1 = P_2 \qquad (4-6)$$

$P_2 = \frac{F_2}{S_2}$ هغه فشار دی چې د مایع له لوري پر دوهم پستون وارد یږي. دا چې د (2) پستون موقعیت کیفي دی؛ خو د لوښې د دیوال د هرې برخې؛ د پستون په هره کیفي سطحه کې چې د لوښي په دننه کې ځای لري، پورتنۍ څېړنه ریښتینې ده. $(6-3)$ او $(6-4)$ اړیکې د پاسکال قانون په نوم یادیږي او څرګندوي: کوم فشار چې د مایع پر سطحه باندې وارد یږي، ټولو برخو ته مساوي او په هماغه مقدار توزیع کیږي.

د پاسکال قانون په یوه تړلې غاز کې هم د فشار توزیع لپاره ریښتینی دی، یعنې که چېرې پر یوه غاز باندې فشار وارد کړو؛ نو د غه فشار په مساوي توګه د لوښي ټولو برخو ته کوم چې غاز یې راچاپېره کړی په هماغه مقدار توزیع کیږي.

هغه آله چې د مایعاتو فشار پرې باندې اندازه کیږي، مانومتر (*Manometer*) نومیږي. (57) شکل یو پرده لرونکی مانومتر ښیي. د A له لوري څخه د M پر پردې د مایع له خوا فشار وارد یږي او له دې پردې سره د S یوه غاښ لرونکې میله هم نښلول شوېده د p فشار لوړېدلو وروسته د S میله پورته خواته حرکت کوي، او د z یو غاښ لرونکی څرخ چې یوه عقربه هم پرې تړل شوې ده، په دوران راولي، په درجه لرونکې صفحه باندې د عقربې انحراف د فشار p قیمت ورکوي. (58) شکل د مانومتر یو بل ډول دی. جوړښت یې پداسې ډول دی، چې په U ډوله ښیښه ایې نل کې مایع ورتوئیږي؛ ددې نل یو سر په یوه غاز یا بخار پورې نښلوو چې فشار یې ورکړل شوی وي، د غه غاز د نل کیڼې برخې پر هوا د p فشار واردوي.



(57) شکل

(58) شکل

دا چې پرغازاتو کې هم فشار د مایعاتو پر څېر ټولو نقطو او هرې خواته په عین مقدار توزیع کیږي؛ نو د p وارد شوي فشار پواسطه د نل د کینې برخې هوا راټولیږي او په نل کې په مایع باندې فشار واردوي او په پایله کې د نل په ښی خوا کې مایع صعود کوي. څرنګه چې د نل په دواړو خواوو کې د مایع سطحې سره توپیر لري؛ نو د مایع هغه ستون چې د h ارتفاع لري په مخالف لوري هم فشار واردوي، چې دا فشار د وارد شوي فشار سره مخالف او مساوي دی، ځکه چې د نل په دننه کې مایع د تعادل حالت کې قرار لري؛ نو د غاز او یا مایع وارده فشار د یوه درجه لرونکي خط کش پواسطه اندازه کولای شو.

څرنګه چې قوه فی واحد پرسطحه له فشار څخه عبارت دی؛ نو د فزیکي واحدونو پر سیستم کې د فشار واحد $\frac{dyne}{cm^2}$ او $\frac{N}{m^2}$ دی. د دغـــو دواړو واحـــدونو تـــر مـــنځ د $10\,\frac{dyne}{cm^2} = 1\,\frac{N}{m^2}$ اړیکه وجود لري، پر تخنیک کې فشار د $9.80\,\frac{N}{m^2} = 1\,\frac{Kg^*}{m^2}$ پواسطه اندازه کوي. پر مترولوژي کې $10^6\,\frac{dyne}{cm^2}$ فشارته یو بار $(1Bar)$ وایي؛ د هوا فشار پر ملی بار $(milibar)$ اندازه کوي.

په تخنیک کې د فشار لپاره $\frac{Kg^*}{cm^2}$ واحد ډېر معمول دی، چې د اتموسفیر په نوم یې هم یادوي، یعني:

$$1\,atm = 1\,\frac{Kg^*}{cm^2} = 980\times 10^3\,\frac{dyne}{cm^2} = 0.980\,bar$$

نو:

$$1\,bar = 1.0199\,atm$$

د پورتنیو واحداتو برسېره د فشار لپاره یو بل واحد هم وجود لري چې د فزیکي اتموسفیر په نوم یادیږي او په Atm سره ښودل کیږي. د فشار دغه واحد د بحر پر سطحه کې د هوا فشار اوسط دی. توریچلي هم د فشار واحد دی چې په $Torr$ سره ښودل کیږي، یو توریچلي فشار په صفر درجه سانتي ګرید کې د یو ملي متر ستون سیماب $(1\,mm\,Hg)$ څخه عبارت دی؛ نو:

$$1\,Atm = 760\,Torr = 760\,mm\,Hg = 1013.25\,\,mbar$$

$$= 1.03327\,atm$$

مثال: دوه استوانوي ډوله لوښي چې $12cm$ او $16cm$ قطرونه لري، د يوه نازک افقي نل پواسطه سره نښلول شوي دي، چې په يوه کې يې $6.88lit$ اوبه اچوو. په دواړو نلونو کې د اوبو ارتفاع په لاس راوړئ.

حل:

$$V = V_1 + V_2$$

$$6.88\times10^3 Cm^3 = \pi r_1^2 h_1 + \pi r_2^2 h_2$$

څرنګه چې: $h_1 = h_2 = h$

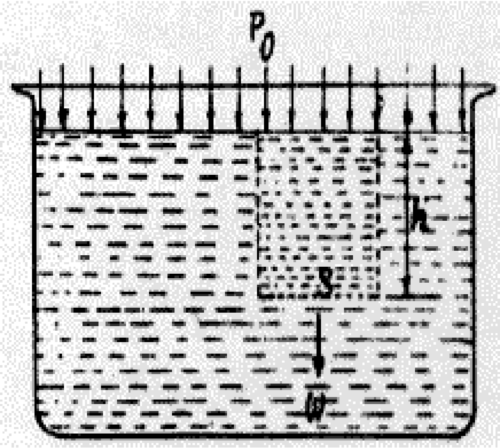
پوښتنه: درې استوانوي شکله لوښي چې قطرونه يې $6cm$، $8cm$، $10cm$ دي، او د يوه نازک نل پواسطه سره نښلول شوي دي په نظر کې ونيسي. که په يوه کې $1.57lit$ اوبه واچوو نو د اوبو ارتفاع په هره استوانه کې په لاس راوړئ. که چېرې په افقي نل کې د اوبو له حجم څخه سترګې پټې شي.

ځواب: $10cm$

۲.۳ د جاذبې تر اغېزې لاندې د مايعاتو او غازاتو فشار

۱. د مايعاتو فشار

اوس په هغې مايع کې د فشار توزيع لولو چې د خپل وزن تر اغېزې لاندې د سکون په حالت کې قرار ولري؛ پر دغه حالت کې د مايع هر ماليکول د خپل وزن له امله ښکته خواته فشار واردوي چې د وزن فشار نوميږي. که چېرې د مايع پر سطحه باندې د هوا له لوري د p_0 فشار عمل وکړي نو بيا پر مايع باندې مجموعي فشار p د وزن فشار او هوا فشار p_0 د جمع حاصل څخه عبارت دی. که چېرې په (59) شکل کې د مايع فشار د h په عمق کې، د S مساحت سره په افقي سطحه باندې وګورو؛ نو پردې حالت کې د S پر سطحه باندې له يوې خوا څخه د مايع وزن قوه W چې د S مساحت او h ارتفاع لري؛ عمل کوي او له بلې خوا پرې باندې د هوا فشار يعنې p_0 عمل کوي.



(59) شکل

$$p = p_0 + \frac{W}{S} \qquad (5-6)$$

که چېرې φ د مایع کثافت وي؛ نو:

$$W = m\,g = \rho V\,g$$
$$= \rho S\,h\,g$$

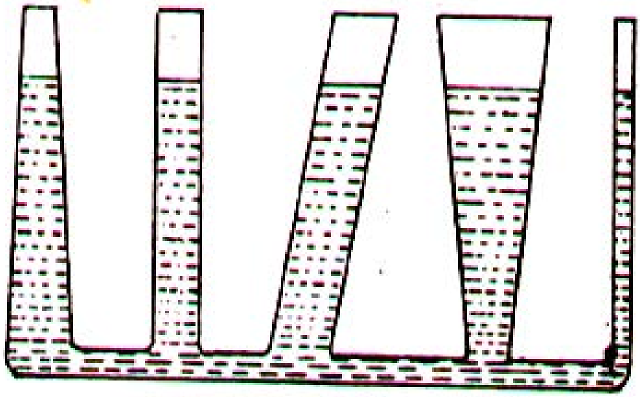
کیږي او (6 – 5) اړیکه په لاندې ډول لیکلای شو:

$$p = p_0 + \rho\,g\,h \qquad (6-6)$$

له (6 – 6) اړیکې څخه وینو چې که یوه مایع د جاذبه قوې تر اغېزې لاندې په سکون حالت کې قرار ولري؛ د یوې معین مایع لپاره فشار چې د p کثافت ولري، د h په تابع په خطي توگه تزاید مومي او د لوښي په شکل پورې تړاو نلري چې دا ډول فشار د مایع قاعده وي فشار نومیږي. مخکې مو وویل چې فشار د مایع په داخل کې په مساوي توگه توزیع کیږي، یعنې د مایع په دننه کې فشار هرې خواته یو شان دی. د مایع په دننه یوې ځانگړې برخه کې د وزن قوې فشار، صعودي فشار او هر اړخیز (جانبي) فشار عمل کوي او دا فشارونه په یوې برخه کې سره مساوي دي. جانبي فشار د اوبو بندونو په رغولو کې مهم رول لوبوي.

څرنگه چې د یوه بند په زیات عمق کې ډېر جانبي فشار تولیدیږي؛ نو د اوبو بندونه داسې جوړیږي، چې ښکتنۍ برخه یې پلنه او پورتنۍ برخه چې جانبي فشار یې لږ وي، زیاته پلنه نه جوړوي؛ تر څو د اوبو له جانبي فشار څخه چې په ډېرو ژورو برخو کې د بند ماتېدلو یا هم خرابېدلو لامل گرځي؛ مخه ونیسي.

هغه حقیقت ! چې و ایې قاعدوي، جانبي او صعودي فشار د مایع په یوه کیفي عمق کې سره مساوي دي، کولای شو په یوه متصله لوښي کې هم وګورو. (60) شکل ته په کتو سره، لوښي چې شکلونه یې مختلف او د یوه افقي نل پواسطه سره نښلول شوي دي؛ که چېرې په نوموړو متصله لوښو کې یو څه مایع ورتوی کړو. نو (6 – 6) اړیکې ته په پام سره په هر لوښي کې د مایع ارتفاع سره مساوي ده. ځکه چې فشار د مایع عمق په تابع، په خطي توګه زیاتیږي او د لوښي په شکل پورې کوم تړاو نلري.

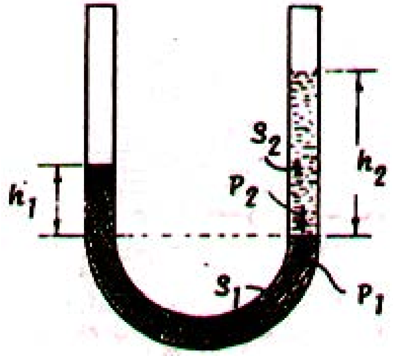


(60) شکل

د متصله لوښو څخه په زیاتو ځایونو کې کار اخستل کیږي. دا چې په متصله لوښي کې د مایع سطحه په افقي مستوي کې ځای لري؛ نو ددې ځانګړتیا څخه یې د جیودیزي په علم کې د افقي جهت په لیدلو کې کار اخیستل کیږي. ښار ته د اوبو په رسولو کې هم د همدې متصله لوښي طریقې څخه کار اخیستل کیږي. ددې کار لپاره اوبه د پمپونو په مرسته یوه لوړ مخزن ته لیږدوي، دغه مخزن بیا د متصله نلونو پواسطه د ښار ټولو برخو سره نښلوي؛ پوهیږو ! د ښار هره برخه چې له مخزن څخه تر ټولو ټیټ موقعیت ولري، د اوبو فشار پکې زیات وي.

په مایع کې د مساوي فشار توزیع پواسطه کولای شو، د نه مخلوط شویو مایعاتو لرونکو کثافت وټاکو. ددې کار لپاره د (61) شکل په څېر، په U شکله نل کې د φ_1 کثافت لرونکي مایع تو یوو. دغه مایع د نل په دواړو برخو کې په داسې ډول قرار نیسي، چې د مایع خپلواکه سطحه د نل په دواړو برخو کې په افقي ډول واقع کیږي، بیا هغه مایع چې کثافت یې ورکړل شوی وي په U ډول نل کې تو یوو، له تعادل حالت وروسته د نل په دواړو برخو کې لیدل کیږي چې دواړه مایع د نل په دواړو برخو کې، د h_1 او h_2

ارتفاع گانو سره واقع کيږي. که چېرې د دواړو مايع گانو د جدايي پر سطحه هغه فشار چې د φ_1 کثافت لرونکي مايع له لوري وارديږي، په p_1 او هغه فشار چې د φ_2 نامعين کثافت لرونکي مايع له لوري وارديږي، په p_2 سره وښيو؛ نو د تعادل په حالت کې $p_1 = p_2$ کيږي. چې:



(61) شکل

$$p_1 = p_0 + \rho_1 g h_1$$

$$p_2 = p_0 + \rho_2 g h_2$$

نو:

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$

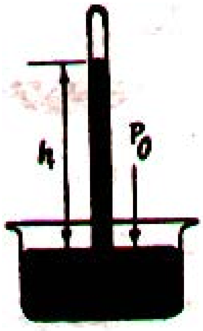
له دې ځايه:

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{h_1}{h_2} \qquad (7-6)$$

د $(7-6)$ اړيکې پواسطه کولای شو د نامعلومې مايع کثافت په لاس راوړو.

۲. په غازاتو کې فشار

غازات هم د مايعاتو پر څېر د جاذبه قوې تر اغېزې لاندې وي. نو د غازاتو وزن د فشار رامنځته کېدلو لامل گرځي؛ هوا هم وزن لري او د همدې هوا وزن د ځمکې پر سطح د هوا فشار لامل کيږي. د هوا فشار اندازه کولو لپاره د يو متر اوږدوالي لرونکی ښيښه ايي نل چې يو سر يې بند وي، له سيمابو څخه ډکوو، وروسته يې هماغه خلاص سر د گوتې په مرسته ټينگ نيسو او دغه سر يې په يوه لوښي کې، چې سيماب لري؛ وردننه کوو. لکه په (67) شکل کې؛ نو وبه وينو چې يو مقدار سيماب له نل څخه لوښي ته توئيږي. که چېرې تجربه د بحر پر سطح کې ترسره شوې وي؛ نو د نل په دننه کې د سيمابو ارتفاع $76cm$ ده.



(62) شکل

دا سیماب د خپلې سطحې پر قاعده باندې د مایع پر داخل کې فشار واردوي، دغه فشار د هوا فشار پواسطه کوم چې د لوښي مایع پر سطحه عمل کوي د توازن په حالت کې نیول کیږي. پورتنۍ تجربه د لومړي ځل لپاره توریچلي (*Torricelli*) ترسره کړه او د نوموړي نوم پرې کښېښودل شو. څرنگه چې د لوښي په دننه کې سیماب د تعادل په حالت کې دي؛ نو د هوا فشار چې په لوښي کې د سیمابو پر سطحه باندې د هوا له لوري واردیږي، د سیماب ستون له هغه فشار سره مساوي ده، کوم چې سیماب ستون یې د قاعدې پر سطحه واردوي. یعني: $p_{atm} = p_s = \rho g h$

پداسې حال کې چې φ د سیمابو کثافت، h د سیماب ستونو ارتفاع ، p_s د سیماب ستون فشار او P_{atm} د هوا فشار دی نو څرنگه چې $g = 980 \dfrac{cm}{\sec^2}$ او $\rho = 13.6 \dfrac{gr}{cm^3}$ او د بحر په سطحه کې د سیماب ارتفاع $h = 760mm$ ده؛ نو:

$$p_{atm} = 980 \frac{cm}{\sec^2} 13.6 \frac{gr}{cm^3} 76\ cm$$

دغه فشار ته فزیکي اتموسفیري فشار وایې او په Atm سره ښودل کیږي؛ نو:

$$1\ Atm = 1.0332 \frac{Kg^*}{cm^2} = 1.0332\ atm$$

له دې ځایه: $1atm = 0.968Atm$

ویلای شو ! هغه فشار چې د سماب ستون یې د خپلې سطحې پر قاعدې د $h = 1mm$ ارتفاع سره واردوي، یو توریچلي دی؛ نو $760Torr = 760mmHg$ کیږي. که د توریچلي په تجربه کې د سیمابو پر ځای اوبه وکاروو؛ نو د اوبو ارتفاع $10.33m$ ته رسیږي، دا چې کابل د بحر له سطحې څخه تقریباً $1800m$ ارتفاع لري؛ نو په کابل کې د هوا فشار په لاندې ډول لاسته راوړو.

$$\Delta p = h\,d = 1.8\times10^{5}cm\,1.293\times10^{-3}\,\frac{gr^{*}}{cm^{3}}$$

$$= 2.3274\times10^{2}\,\frac{gr^{*}}{cm^{2}} = 2.3274\times10^{2}\times980\,\frac{dyn}{cm^{2}}$$

ځرنګه چې $1atm = 980\times10\frac{3dyn}{cm^{2}}$ دی.

نو:

$$\Delta P = 2.3274\times10^{-3}\,atn$$

$$1atn = \frac{76cm}{1.03327}$$

$$\Delta P = 2.3274\times10\frac{-376cm}{1.03327} = 17cm$$

$$p_{Kab} = 76 - 17 = 59\,cm\,Hg$$

خو په کابل کې د هوا فشار ریښتینی قیمت $61.2cm$ دی، ځکه چې په پورتنیو طبقو کې د هوا کثافت مخ پر کمېدو دی.

هغه آلې چې د فشار په اندازه کولو کې ترېنه کار اخستل کیږي، بارومترنومیږي. د بارومتر یو ډول سیمابي بارومتر دی چې د توریچلي تجربې پر اساس کار کوي او فشار د ستون سیماب ارتفاع له مخې په ملي متر وایي. دا چې ارتفاع ته په پام سره د سیماب سطحې لوړوالی د لوښي په لاندېنۍ برخه کې بدلون مومي، نو د سیمابو د ارتفاع د لا ښه توپیر ټاکلو په موخه یې باورمتر منځته راوړئ دی چې په (63) شکل کې ښودل شوی.

د خط کش صفري نقطه د سیماب ستون ښکتنۍ برخې سره ږدو او د سیماب نقطې لوړه نقطه د درجه لرونکي خط کش پواسطه (د سیمابو پورتنۍ نقطه) لولو. نو د هوا فشار د ملي متر سیماب پواسطه ټاکل کېدای شي.

مثال- په یوه U شکله نل کې چې مقطع یې $1cm^{2}$ ده. لومړی پکښې $40cm^{3}$ اوبه اچوو، په ښۍ خوا کې یې $10cm^{3}$ بنزین چې کثافت یې $0.82\frac{gr}{Cm^{3}}$ دی اچوو او په کینه برخه کې یې بیا $40cm^{3}$ بنزین ور تویوو. د مایع د دوو خپلواکو سطحو تر منځ د ارتفاع توپیر په لاس راوړئ.

حل. د تعادل په حالت کې لرو.

$$p_1gh_3 = p_2gh_1 + p_1gh_2$$

$$h_1 \frac{p_1(h_1 - h_2)}{p_2}$$

$$= 0.82(40-10) = 0.82 \times 30cm$$

$$= 24.6cm$$

$$\Delta h = h_3 - (h_1 + h_2)$$

$$= 40 - (24.6 + 10)$$

$$= 40 - 34.6 = 5.4cm$$

پوښتنه: په $1cm^2$ مقطع لرونکي U شکله نل کې لومړی په ترتیب سره کینې خواته $1.489\frac{gr}{cm^3}$ کثافت لرونکې $20Cm^3$ مایع، بیا یې په ښی خوا کې $5cm^3$ اوبه او وروسته یې بیا په کینه خوا کې $15cm^3$ اوبه، بیا یې ښي لورته $0.72\frac{gr}{cm^3}$ کثافت لرونکي $8cm^3$ بنزین اچوو، څومره بنزین باید کینې لورته هم وراچوو، چې د مایع دواړه سطحې سره مساوي شي.

ځواب: $1.64cm^3$

۲.۴ په مایعاتو کې د ارشمېدس قانون

د (64) شکل غوندې د K جسم داسې په پام کې نیسو چې په مایع کې په بشپړه توګه ډوب شوی وي، د غه جسم په لاندې فشارونو کې واقع دی.

1. قاعدوي فشار چې د مایع h_2 ارتفاع له امله په جسم واردیږي. که د غه فشار په p_2 سره وښیو؛ نو:

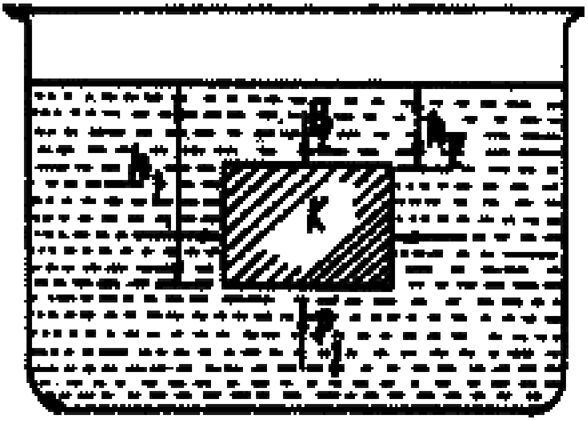
$$p_2 = \rho g h_2$$

پداسې حال کې چې ρ د مایع کثافت دی.

2. د مایع له لوري د h_1 پر هر عمق کې پر جسم د p_1 عمودي فشار واردیږي.

$$p_1 = \rho g h_1$$

چې له پورتنۍ اړیکې سره ورته ده.



(64) شکل

3. د K جسم چې پر هر عمق کې پروت وي، پر جسم باندې د مايع له لوري جانبي فشارونه وارديږي، دا چې دغه فشار په جسم باندې له هر لوري څخه په افقي توګه عمل کوي؛ نو پر افقي مستوي کې دغه فشار خنثی کيږي. که چېرې د K جسم د مکعب شکل ولري او ښکتنۍ سطحه يې په S سره وښيو؛ نو د p_1 فشار له F_1 قوې سره مطابقت کوي او دا قوه عبارت ده له:

$$F_1 = \rho g h_1 S$$

همدارنګه له p_2 فشار سره د F_2 قوه مطابقت کوي چې مقدار يې عبارت دی له:

$$F_2 = \rho g h_2 S$$

د F_2 قوه جسم ته نزولي او د F_1 قوه جسم ته صعودي حرکت ورکوي. دا چې $h_1 \rangle h_2$ دی؛ نو د F_1 او F_2 قوو محصله هغه قوه ده، چې جسم پورته خوا ته کش کوي. يعنې:

$$F_r = F_1 - F_2 = \rho g S(h_1 - h_2) \qquad (8-6)$$

دا چې $(h_1 - h_2)$ د مکعب ارتفاع کيږي. نو $\rho g S(h_1 - h_2)$ د K جسم په واسطه د بې ځايه شوې مايع له وزن څخه عبارت دی. له دې ځايه د ارشميدس قانون پيدا کېدونکی راڅرګنديږي: د F_r صعودي قوې چې د مايع په دننه کې د مايع له لوري پر جسم باندې وارديږي، د جسم په واسطه د بې ځايه شوې مايع له وزن سره مساوي ده او د F_r قوې په اندازه کميږي. که په مايع کې د جسم وزن W وي؛ نو:

$$W' = W - F_r \qquad (9-6)$$

کيږي؛ له بل پلوه که د جسم حجم په V او کثافت يې په ρ' سره وښيو؛ نو لرو:

$$W = \rho' g V \qquad (10-6)$$

همدارنګه د k جسم په واسطه د بې ځایه شوې مایع حجم هم V دی؛ نو:

$$F_r = \rho\, g\, V \qquad (11-6)$$

د $(6-9)$ ، $(6-10)$ او $(6-11)$ معادلو څخه لرو:

$$W' = g\, V(\rho' - \rho) \qquad (12-6)$$

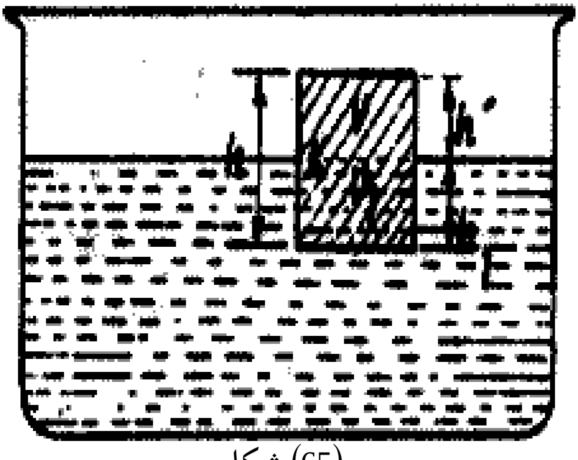
$(12-6)$ اړیکې ته په کتو سره کولای شو د ارشمیدس قانون په لاندې ډول بیان کړو. د مایع په دننه کې یو غوټه وهونکی جسم د مایع هم حجمه وزن په اندازه له خپل وزن څخه کموي. اوس لاندې ځانګړې حالتونه لرو:

الف: که چېرې د K جسم کثافت مایع ته په پام سره لوی وي یعنې $\varphi\rangle\varphi'$ وي؛ نو د $(12-6)$ معادلې څخه چې د $W' = 0$ قوې جهت د W قوې سره هم جهته یا نزولي دی، په دغه حالت کې جسم په مایع کې ډوبېږي او په لوښي کې واقع کېږي.

ب: که چېرې د K جسم کثافت د مایع کثافت سره مساوي یعنې $\rho' = \rho$ وي؛ نو پر دغه حالت کې $(12-6)$ معادلې ته په کتو سره $W' = 0$ کېږي چې جسم د مایع په یوې ټاکلې برخه کې د تعادل حالت کې واقع کېږي او دغه جسم ته غوټه وهونکی جسم وایي.

ج ـ که چېرې د K جسم کثافت د مایع له کثافت څخه کم یعنې $\rho\rangle\rho'$ وي؛ نو پر دغه حالت کې W' صعودي جهت لري، او د K جسم د مایع پر سر باندې واقع کېږي چې جسم ته پر دغه حالت کې د لامبوزن نوم ورکوي. د (65) شکل په اساس د لامبو پر مهال د جسم یو څه برخه د مایع په دننه کې واقع کېږي. د لامبو پر مهال هم فشار له ښکته لوري څخه عمل کوي چې د F_1 قوې لامل کېږي او له لاندې اړیکې څخه لاسته راځي:

$$F_1 = S\, g\, h_1\, \rho$$



(65) شکل

دا چې $V_1 = h_1 S$ په مايع کې د جسم ننوتلی حجم دی؛ نو: $F_1 = \rho g V_1$

له بل پلوه؛ څرنګه چې K جسم، V حجم او ρ' کثافت لري؛ نو وزن يې مساوي کيږي په:

$W = mg = \rho' V g$

پوهيږو ! چې د لامبو پر مهال جسم د تعادل حالت کې قرار لري؛ نو د F_1 صعودي قوه او د جسم وزن W سره مساوي دي. يعنې:

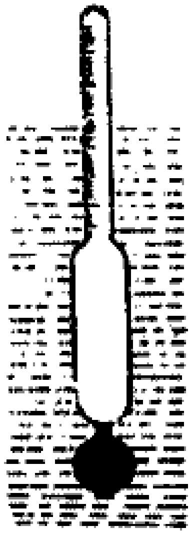
$\rho g V_1 = \rho' g V$

$$V_1 = \frac{\rho'}{\rho} V \qquad (13-6)$$

د لامبو پر مهال $\rho' \langle \rho$ دی؛ نو $V1 < V$ کيږي. له بل لوري: $V_1 = h_1 V$ او $V = hS$ کيږي چې S د جسم مساحت دی، که چيرې د جسم ارتفاع h په پام کې ونيسو؛ نو $(6-13)$ اړيکه په لاندې شکل اوړي.

$$h_1 = h \frac{\rho'}{\rho} \qquad (14-6)$$

د $(6-14)$ اړيکې ته په کتو سره ويلای شو چې يو جسم تر هغې پورې په مايع کې ورننوځي تر څو چې د بې ځايه شوې مايع حجم، د لامبو وهونکي جسم له وزن سره مساوي وي. يا هم په بله ژبه په هره اندازه چې د مايع کثافت وړوکی وي په هماغه اندازه جسم په مايع کې ورننوځي، له دغه حقيقت څخه د مايعاتو کثافت په ټاکلو کې کار اخيستل کيږي. ددې موخې لپاره د اريومتر ($Araeometer$) په نوم آلو څخه ګټه اخستل کيږي. په (66) شکل کې د اريومتر جوړښت ښودل شوی دی چې له دوو برخو څخه جوړ شوی دی؛ په ښکته برخه کې يې يو شمېر سربې ساچمې اچوي او ميلې ته ورته پورتنۍ برخه يې درجه بندې شوې ده، چې پواسطه يې کولای شو د يوې مايع کثافت معلوم کړو، د مايع کثافت د اندازه کولو لپاره اريومتر په نوموړې مايع کې وردننه کوو او بيا يې خوشې کوو، په هر اندازه چې د مايع کثافت وړوکی وي په هماغه اندازه اريومتر په مايع کې ورننوځي.



(66) شکل

2. په غازاتو کې د ارشمېدس قانون

په غازاتو کې هم د مایعاتو په څېر نزولي، صعودي او جانبي فشارونه وجود لري که چېرې د غاز په یوې ټاکلې برخې کې فشار اندازه شي؛ نو وبه لیدل شي چې پورتني فشارونه سره مساوي دي، همدا لامل دی چې په غازاتو کې هم دارشمېدس قانون رېښتینی دی؛ په غازاتو کې صعودي فشار په فضا کې د ځینو اجسامو لکه د بالونو، لوګي او نورو د پورته کېدلو لامل کېږي.

که د ځمکې په اتموسفیر کې د بالونو حرکت ته ځیر شو؛ نو صعودي قوه یې عبارت ده له:

$$F_a = g\,V(\rho_a - \rho_b)$$

پداسې حال کې چې ρ_b د بالون کثافت، ρ_a د هوا کثافت او V د بالون حجم دی. هر څومره چې د لوړېدونکي جسم حجم لوی وي؛ نو په هغومره اندازه سره صعودي قوه هم لویه وي، په هره اندازه چې د لوړېدونکي جسم کثافت د هوا کثافت ته وړوکی وي؛ نو په پایله کې بالون د لږ وزن لرونکو موادو څخه جوړېږي او دننه یې له هغو غازونو څخه ډکوي، چې د هوا په نسبت لږ وزن ولري؛ نو ځکه زیاتره بالونونه د هایدروجن او هلیوم په څېر غازونو څخه ډکوي. دغه حقیقت ته په پام سره دا چې توده هوا د سړې هوا په نسبت پورته طبقو کې قرار لري، کولای شو دارشمېدس قانون پایله وبولو ځکه چې توده هوا له سړې هوا څخه لږ کثافت لري.

مثال: دوه ډوله فلزات چې د لومړي حجم يې $40cm^3$ او کثافت يې $10\frac{gr}{cm^3}$ دی او د دويم حجم $60cm^3$ او کثافت يې $20\frac{gr}{cm^3}$ دی، سره يو ځای کوو.

1. د ترکيب کثافت يې په لاس راوړئ.
2. په $100gr$ ترکيب کې يې د هر يوه فيصدي وشمېرئ.

حل:

$$V_1 + V_2 = 100\,cm^3$$

$$m = m_1 + m_2$$

$$\rho\, V = \rho_1\, V_1 + \rho_2\, V_2$$

$$\rho = \frac{\rho_1\, V_1 + \rho_2\, V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\rho = \frac{10\frac{gr}{cm^3}40\,cm^3 + 20\frac{gr}{cm^3}60\,cm^3}{100\,cm^3}$$

$$\rho = 16\frac{gr}{cm^3}$$

$$m_1 = \rho_1\, V_1 = 10\frac{gr}{cm^3}40\,cm^3 = 400\,gr$$

$$m_2 = \rho_2\, V_2 = 20\frac{gr}{cm^3}60\,cm^3 = 1200\,gr$$

$1600\,gr \qquad 1200\,gr \qquad\qquad 1600\,gr \qquad 400\,gr$

$100\,gr \qquad X \qquad , \qquad 100\,gr \qquad X$

$X = 75\,\% \qquad\qquad X = 25\,\%$

مثال: د یوه متجانس فلزي جسم کثافت په لاس راوړئ، چې په هوا کې $340gr$ او په اوبو کې $214gr$ وزن ولري.

حل:

$$W - W' = \rho g V$$

$$V = \frac{W - W'}{\rho \, g} = \frac{(340-214)gr^*}{1\frac{gr}{cm^3}980\frac{cm}{\sec^2}} = \frac{126(980dyn)}{980}$$

$$V = 126\,cm^3$$

د جسم کثافت عبارت دی له: $\rho' = \frac{m}{V} = \frac{340\,gr}{126\,cm^3} = 2.7\frac{gr}{cm^3}$

پوښتنه: د مس او سپینو زرو یو الیاژ په اوبو کې $299gr^*$ وزن او په $0.8\frac{gr}{cm^3}$ کثافت لرونکي الکولو کې $275gr^*$ وزن لري، د الیاژ کثافت په لاس راوړئ. همدارنګه د مسو او سپینو زرو وزنونه په لاس راوړئ که چېرې د سپینو زرو مخصوصه وزن $20.5\frac{gr^*}{cm^3}$ او د مسو مخصوصه وزن $8.9\frac{gr^*}{cm^3}$ وي.

ځواب: $WAg = 56.58gr^*, Wc = 242.44gr^*$

پوښتنه: د یخ یوه لویه مکعب مستطیل شکله کتلې $3cm^3$ حجم له اوبو څخه بهر دی؛ نو څومره اندازه حجم یې د اوبو په دننه کې دی که چېرې د اوبو کثافت $1.03\frac{gr}{cm^3}$ او د یخ کثافت $0.99\frac{gr}{cm^3}$ وي.

ځواب: $74.25cm^2$

۲.۵ د اجسامو مخصوصه (ځانګړې) وزن او کثافت ټاکل

په ورځینو تجربو کې وینو چې بېلابېل اجسام د V حجم په درلودلو سره د W مختلف وزنونه لري نو د W وزن او V حجم نسبت ته د جسم مخصوصه وزن وایې او په d سره ښودل کیږي؛ نو:

$$d = \frac{W}{V} = \frac{m\,g}{V} \qquad (15-6)$$

د مخصوصه وزن واحد $\frac{gr^*}{cm^3}$ دی.

د جسم m کتلې او V حجم تر منځ نسبت ته د جسم کثافت وايې او په ρ سره ښودل کيږي؛ نو:

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (16-6)$$

د کثافت واحد $\frac{gr}{cm^3}$ دی. د $(15-6)$ او $(16-6)$ اړيکو پواسطه کولای شو د مخصوصه وزن او کثافت تر منځ اړيکه په لاندې ډول وليکو:

$$d = \rho\, g$$

د اجسامو د مخصوصه وزن او کثافت ټاکلو او له يو بل سره پرتله کولو لپاره بايد متجانس جسم د تودوخې ټاکلې درجه او فشار ولري. له همدې امله په $4C^0$ تودوخه کې د اوبو کثافت $1\frac{gr}{cm^3}$ کيږي، چې بيا نور اجسام ورسره پرتله کوي.

1. د جامدو جسمونو د کثافت ټاکل: که چيرې جامد جسمونه منظم هندسي شکل ولري؛ نو کتله m يې د ترازو او حجم يې د هندسي فورمولونو پواسطه لاسته راوړو او بيا يې کثافت د $(16-6)$ اړيکې په مټ اندازه کوو. که چيرې جامد جسم هندسي شکل ونلري نو کثافت يې په لاندې ډول لاسته راوړو.

د ژولي تراوز پواسطه د جامد جسم کثافت ټاکل

د هغو جامدو جسمونو د کثافت ټاکلو لپاره چې هندسي منظم شکلونه ونلري؛ د ارشميدس له قانون نه ګټه اخلو؛ ددې کار لپاره يو جسم په پام کې نيسو چې په هوا کې د W وزن لري، بيا يې په مايع کې چې د ρ' کثافت ولري، وردننه کوو، بيا يې وزن په لاس راوړو، فرض کوو په مايع کې يې وزن W' دی؛ نو:

$$W - W' = \rho'\, g\, V$$

په داسې حال کې چې V بې ځايه شوې مايع حجم دی او د جسم له حجم سره مساوي وي؛ نو:

$$V = \frac{W - W'}{\rho'\, g} = \frac{m\,g - m'\,g}{\rho'\, g}$$

$$V = \frac{m - m'}{\rho'}$$

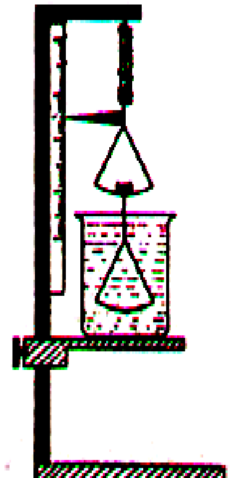
یاده شوې طریقه د جامد جسمونو کثافت ټاکلو لپاره ډیر غوره انتخاب دی.
که چیرې د جامد جسم کثافت ρ وي؛ نو لرو:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{m - m'}\rho' \qquad (17-6)$$

په دغې طریقې سره د جامدو اجسامو کثافت ټاکلو لپاره له ژولي ترازو څخه چې په (67) شکل کې ښودل شوېده، ګټه اخلو. ژولي ترازو په عمومي توګه له دوو پلو څخه یوه یې پر بلې پورې ټینګه تړل شوې ده او هم د یوه فنر څخه چې د عقربې مخې ته یې درجه لرونکی خط کش واقع دی، جوړه شوېده. که چیرې یې پر پلو باندې جسم واقع نه وي؛ نو عقربه د خط کش په صفر باندې ولاړه وي د جسم وزن کولو لپاره چې کثافت یې غوښتل شوی وي، لومړی یاد جسم په هوا کې د ترازو په پورته پله کې ږدو، په دې صورت کې د ترازو فنر د h په اندازې سره انبساط کوي. د هوک قانون څخه لرو: $h \approx m$
بیا جسم په لاندینۍ پله کې ږدو، که جسم په مایع کې په بشپړ ډول غرق (ډوب) وي؛ نو پر دغه حالت کې د فنر انبساط h' وي او $m \approx h'$ کیږي؛ نو $(17-6)$ معادله په لاندې ډول لیکل کیږي:

$$\rho = \frac{h}{h - h'}\rho' \qquad (18-6)$$

د وروستۍ اړیکې پواسطه کولای شو د جامد اجسامو کثافت معلوم کړو.



(67) شکل

2. د مایعاتو کثافت ټاکل

د مایعاتو کثافت ټاکلو لپاره هم دارشمېدس له قانون څخه ګټه پورته کوو. د مایع کثافت اندازه نیوني لپاره یو امکان دادی. هغه غوټه وهونکی جسم چې کثافت یې معلوم وي، په هغې مایع کې چې کثافت یې غوښتل شوی وي داسې فرض کوو، چې په مایع کې د نوموړي جسم وزن صفر شي، یعنې $W' = 0$ ؛ نو پر دغه حالت کې په $(12-6)$ اړیکه کې لرو، چې $\rho = \rho'$ ؛ پداسې حال کې چې ρ' د جسم کثافت او ρ د غوښتل شوې مایع کثافت دی، ددې لپاره چې ρ معلوم کړو؛ نو باید د جسم ρ' معلوم وي. د مایع کثافت شمېرلو لپاره بله ممکنه لاره داده، چې د حجم درلودنکی یو جسم په پام کې ونیسو او هغه د یوې فنري ترازو پواسطه راځوړند کوو او په هوا کې یې وزن په W سره وښیو وروسته یې په مایع کې چې کثافت یې معلوم وي، وردننه کوو. د مثال په توګه په دغې مایع کې د جسم وزن W' وي،نو لرو:

$$W - W' = \rho_x g V$$

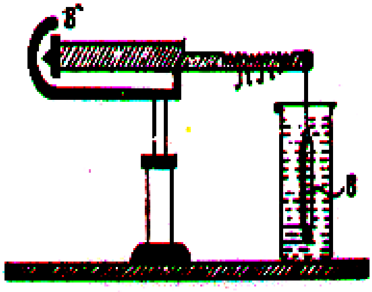
اوس نوموړی جسم په هغې مایع کې چې کثافت یې غوښتل شوی وي ورغوټه کوو. که چېرې د دغې مایع کثافت ρ_x او په دغې مایع کې د جسم وزن W'_x وي، نو لرو:

$$W - W'_x = \rho_x g V$$

له پورته دوو معادلو څخه لرو:

$$\rho_x = \frac{W - W'_x}{W - W'} \rho$$

دغه عملیه د موهر ترازو پواسطه ترسره کیږي. په (68) شکل کې د موهر ترازو وربښودل شوې ده. د دغې ترازو د شاهین یوې خواته د B ښیښه ایې جسم ځړدو او د ترازو پر بل لور کې B' وزن ته د حرکت ورکولو پواسطه داسې عمل کیږي چې په هوا کې B جسم B' وزن پواسطه په موازنه کې نیول کیږي، دغه ترازو یو شمېر سرباري هم لري، د سرباري ګانو اندازه یې په داسې ډول ورکول شوېده چې که چېرې هغه د ترازو



(68) شکل

په ښي خوا کې کښېږدو ؛ نو هغه صعودي قوه چې پر B جسم باندې په مايع کې واردېږي په موازنه کې نيول کېږي.

3. د غازاتو کثافت ټاکل

د غازاتو کثافت هم د مايعاتو او جامداتو پر څېر د $\rho = \frac{m}{V}$ فورمول پواسطه اندازه کوو، د جامداتو او مايعاتو پر نسبت د غازاتو کثافت ډېر وړوکی دی. چې تودوخې درجې او فشار پورې تړاو لري. د غازاتو کثافت عموماً د معياري شرايطو لاندې يعنې په صفر درجه سانتي گريد او $76cm$ سيماب فشار سره ټاکي.

۲.۲ د مايعاتو او غازاتو تراکم

مايعات او غازات د جامداتو پر خلاف د ارتجاعيت يو ثابت لري او د تراکم ثابت په نوم يادېږي. چې په Q سره ښودل کېږي. که چېرې د مايع او يا غاز فشار د Δp په اندازې سره زيات کړو ؛ نو حجم يې د ΔV په اندازې سره راکمېږي نو:

$$-\Delta V \approx V\,\Delta p$$

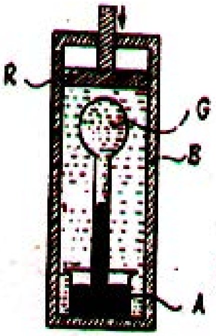
$$-\Delta V = Q\,V\,\Delta p$$

له دې ځايه:

$$Q = -\frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta p} \qquad (21-6)$$

Q د غاز او يا هم د مايع تراکم ضريب دی. برسېره پر دې چې د مايعاتو تراکم د جامداتو پر نسبت زيات دی؛ خو د تراکم دغه ورتيا يې دومره وړوکې ده چې د ښودلو لپاره يې د يو لړ حساسو او ځانگړو آلو څخه کار اخلي چې دغه آله پيزومتر (*Peizometer*) نومېږي.

په (69) شکل کې د اورستر (*Oerster*) پيزومتر ښودل شوی دی. د G په بالون کې يو څه د پام وړ مايع وجود لري، چې دغه مايع د A سيماب ډک لوښي پواسطه له بهرني محيط څخه بېله شوېده. د G بالون او له A سيماب څخه ډک لوښی د B لوښي په دننه کې چې له مايع څخه ډک شوی دی، پراته دي.

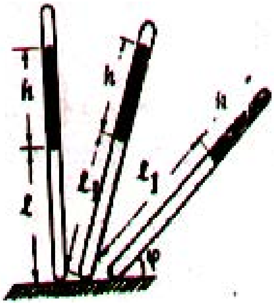


(69) شکل

که چېرې د R پستون ته فشار ورکړو؛ نو د R پستون د فشار له امله سیماب د G په بالون کې په مایع فشار واردوي؛ چې په پایله کې د سیمابو متراکم شوي بالون په نل کې، مایع پورته ځي. که چېرې د بالون د نل مقطع مساحت S معلوم وي؛ نو کولای شو چې د Q تراکم ضریب د $(6-21)$ معادلې پواسطه په لاس راوړو. د اوبو لپاره $10^3\ atm$ فشار ته اړتیا ده، تر څو حجم یې 5 % وړوکی شي. د غازاتو تراکم ضریب د مایعاتو د تراکم ضریب څخه ډېر لوی دی دا ځکه چې په غازاتو کې د ذراتو (مالیکولونو او یا اتومونو) تر منځ واټن د مایعاتو او جامداتو د ذراتو واټن پر نسبت زښت زیات دی. هر ډول قوه چې د غازاتو د تراکم څخه مخنیوی کوي؛ د ذراتو تر منځ یې وجود نلري.

۲.۷ د بایل او ماریوت قانون $(Boyle - Mariotte)$

مخکې مو ولوستل چې د تراکم په نتیجه کې د غازاتو حجم وړوکی کیږي، په یوه غاز کې د حجم او بهرني فشار تر منځ اړیکه د بایل او ماریوت قانون پواسطه ورکړل شوې ده او په لاندې ډول ده، د (70) شکل په څېر یو ښیښه ای نل چې دواړه سرونه یې بند شوي وي، په پام کې نیسو، په دننه کې یې د هوا ستون باندې، چې د V حجم لري د h په ارتفاع سره د سیماب ستون قرار لري. لومړی نل په عمودي ډول ږدو چې په دغه حالت کې د نل مساحت S او د هغې هوا ارتفاع چې د سیماب لاندې قرار لري، l وي. د نل په پورته خوا یعنې د سیمابو پر سر باندې خلا وجود لري. د هوا حجم پر دغه حالت کې په V سره ښیو، دغه هوا د P فشار لاندې چې د سیماب ستون وزن پواسطه تولید کیږي، پر ته ده.



(70) شکل

اوس نل په مایل ډول ږدو په دغه صورت کې وینو چې له افق څخه د سیمابو د لاندینۍ سطحې ارتفاع بدلون ندی کړی او دغه ارتفاع بیا L ده، چې د φ میلان زاویې تابع نده؛ نو د φ کیفي زاویه کې د هوا حجم عبارت دی له:

$$V = \frac{S\,l}{Sin\,\varphi} \qquad (22-6)$$

له بل لوري د نل په داخلي هوا باندې د سیماب ستون فشار عبارت دی له:

$$P = \rho\, g\, h\, Sin\,\varphi \qquad (23-6)$$

که چېرې $(6-22)$ او $(6-23)$ اړیکې طرف په طرف سره ضرب کړو نو لرو:

$$PV = \rho\, g\, h\, S\, l \qquad (24-6)$$

په داسې حال کې چې ρ د سیمابو کثافت، g د ځمکې جاذبه تعجیل، h د سیماب ستون ارتفاع ، S د نل مساحت او L د هوا ارتفاع ده. په هغه صورت کې چې نل عمودي قرار ولري؛ نو دا ټول کمیتونه ثابت وي؛ چې $(26-24)$ اړیکه په لاندې ډول لیکو:

$$P\,V = Const \qquad (25-6)$$

$(6-25)$ اړیکه څرګندوي چې: د یوه غاز فشار او حجم سره معکوساً متناسب دي، دغه قانون د بایل ماریوت قانون په نام یادیږي.

$(6-25)$ اړیکه هغه مهال رېښتینې کېدای شي، چې د غاز تودوخې درجه ثابته وي، دغه اړیکه د لوړو فشارونو لپاره رېښتینې نده، ځکه چې د دغې اړیکې پر اساس باید د خورا زیاتو فشارونو لپاره د غاز حجم صفر شي چې دغه کار د یوه غاز لپاره د منلو وړ ندی، ځکه چې د تراکم په صورت کې د غاز مالیکولونو تر منځ یوازې واټن وړوکی کیږي؛ خو د غاز حجم د مالیکولونو له اصلي حجم څخه وړوکی کېدلای نشي؛ نو د لوړو فشارونو لپاره باید غاز دومره حجم ولري چې د ټولو ذرو (د مالیکولونو او یا اتومونو) حجمونه پکښې موجود وي، په لوړو فشارونو کې د فشار او حجم تر منځ لاندې اړیکه موجوده ده.

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=Const \qquad (26-6)$$

$(26-6)$ معادله د *Vanderwoals* معادله نوميږي، چې a او b يې ثابتونه دي. د a ثابت د ماليکولونو د اصلي حجم له څلور چنده سره مساوي دی او $\frac{a}{V^2}$ د غاز داخلي فشار دی چې د غاز حجم مربعې سره معکوساً متناسب دی، هغه غازونه چې د بايل ماريوت قانون پکښې رېښتينی وي، د تام غازونو (*ideal*) په نوم يادېږي او هغه غازونه چې د واندروال *Vanderw* قانون پکښې رېښتينی وي د حقيقي غازونو *Rael* په نوم ياديږي. دا چې د حجم په کمېدلو سره د غاز کثافت زياتيږي؛ نو $V=\frac{m}{\rho}$ اړيکې ته په کتو سره کولای شو د بايل ماريوت قانون په لاندې ډول وليکو:

$$\frac{P}{\rho}=Const$$

وروستی اړيکه ښيي چې د غاز کثافت له فشار سره مستقيماً متناسب دی. که چېرې د بحر په سطحه کې، د هوا فشار P_0 او کثافت يې ρ_0 وي؛ نو د هوا کثافت د يوه کيفي فشار P څخه د لاندې اړيکې پواسطه لاسته راځي.

$$\rho=\frac{P}{P_0}\rho_0$$

د بايل ماريوت قانون په نظري ډول هم کولای شو په لاس راوړو، څرنگه چې دغه قانون يوازې د تام غازونو لپاره د منلو وړ دی؛ نو تام غازونه هغه غازات دي چې لاندې شرايط پکښې رېښتيني وي.

1. يو غاز له مساوي ذراتو څخه منځته راغلی دی.
2. ټولې ذرې له يو او بل سره د ټکر په صورت کې په مستقيم ډول حرکت کوي.
3. د ذراتو ټکر له يو او بل سره په هغه لوښي کې، چې پکښې ځای پر ځای شوي وي يو ارتجاعي ټکر دی.

اوس داسې فرض کوو چې د V حجم لرونکي مکعب کې د ځای پرځای شوو ذرو شمېر N دی او په هرې خوا حرکت کوي، د $\frac{N}{V}$ نسبت په n سره ښيو، که چيرې د هغو ذرو شمېر چې د dt وخت کې د دغه مکعب له ديوال سره ټکر کوي، dz وي؛ نو dz، د n مکعب د ديوالونو له مساحت S، د ذراتو د v سرعت سره متناسب دی، څرنگه چې

مکعب شپږ داني سطحې لري؛ نو د dt په وخت کې چې کومې ذرې د مکعب له يوې سطحې سره ټکر کوي، د هغو ټولو ذرو $\frac{1}{6}$ برخې کيږي، کومې چې د مکعب په دننه کې موجودې دي؛ نو لرو:

$$dz = \frac{1}{6} n S v dt \qquad (27-6)$$

له ټکر څخه مخکې هره ذره د mv مومنتم او له ټکر وروسته د $-mv$ مومنتم لري نو د مومنتم بدلون dM عبارت دی له

$$dM = m v - (-m v) = 2 m v$$

$2mv$ هغه مومنتم دی چې يوه ذره يې ديوال ته ورکوي؛ نو هغه مجموعي مومنتم چې د ذراتو ټکر پواسطه د مکعب ديوال ته ورليږديږي، عبارت دی له:

$$dM = 2 m v dz = \frac{1}{3} m S n v^2 dt$$

د نيوټن دويم قانون ته په پام سره په في واحد وخت کې د مومنتم بدلون يعنې $\frac{dM}{dt}$ له عاملې قوې سره مساوي دی؛ نو د مکعب پر ديوال باندې عامله قوه د ذراتو د ټکر د اغيزې له امله، عبارت ده له:

$$F = \frac{dM}{dt} = \frac{1}{3} n S m v^2$$

هغه فشار چې د غاز له لورې د مکعب پر يوې سطحه باندې وارديږي، مساوي کيږي په:

$$P = \frac{F}{S} = \frac{1}{3} m n v^2 = \frac{2}{3} n E_k \qquad (28-6)$$

په داسې حال کې چې $E_k = \frac{1}{2} m v^2$ د غاز د يوې ذرې حرکي انرژي ده. که چېرې $n = \frac{N}{V}$ په $(28-6)$ اړيکه کې کېښږدو؛ نو لرلای شو چې:

$$P = \frac{2}{3} \frac{N}{V} E_k$$

او يا:

$$P V = \frac{2}{3} N E_k \qquad (29-6)$$

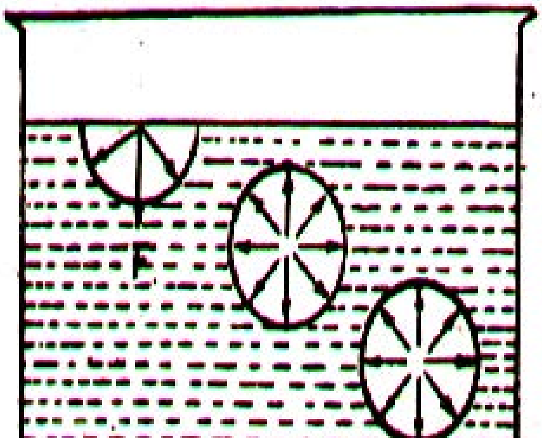
که چېرې د تودوخې درجه ثابته وي نو حرکي انرژي E_k ثابت قيمت لري. دا چې په يو غاز کې د N ذرو شمېر ثابت وي؛ نو څکه $\frac{2}{3} N E_k$ ثابت قيمت لري؛ نو $(29-6)$ معادله په لاندې ډول اوړي.

$$PV = Const$$

دا دی په پايله کې مو د بايل ماريوت قانون په نظري ډول وموند.

۲.۸ د مايعاتو سطحي كشش

د نباتاتو په ساقو كې د نباتي شيرې پورته كېدل، د سيماب د يوه څاڅكي كروي والى، د څراغ په پلتې كې د تېلو پورته تلل او څه نورې پېښې د مايعاتو سطحي كشش پورې اړونده دي؛ نو څكه غواړو چې اوس د مايعاتو پر سطحي كشش باندې هم پوى شو، دا چې د مايعاتو د خارجي سطحې ماليكولونه، د داخلي سطحې ماليكولونو پر نسبت بل ډول شرايط لري، څكه هر داخلي ماليكول د نورو ماليكولونو پواسطه راچاپېره شوى وي او له هر لوري څخه د مساوي قوې پواسطه جذب كيږي. خو د مايع خارجي سطحې ماليكولونه يوازې د هغو ماليكولونو پواسطه جذبيږي، چې په ښكتنۍ برخه كې واقع دي. دغه جاذبه قوه د هوا ماليكولونو د قوې پواسطه چې په پورتنۍ برخه كې قرار لري په تعادل كې نه راځي، څكه چې د هوا ماليكولونو ترمنځ واټن د مايع ماليكولونو له واټن څخه لوى دى، چې په پايله كې د مايعاتو د سطحې پر ماليكولونو د F قوه د مايع داخل لور ته عمل كوي، لكه په (71) شكل كې، دغه قوه ماليكولونه د مايع داخل لور ته راكش كوي، له بل پلوه د يو لړ تودوخيز حركتونو له امله يو شمير ماليكولونه د مايع داخل څخه د مايع سطحې ته ورځي، خو د مايع په داخل كې د ماليكولونو حركت د ماليكولونو د تودوخيز حركت په نسبت زيات سرعت لري چې په دې ډول سره د مايع پر سطحه كې د ماليكولونو شمېر د وخت په تېرېدلو سره كميږي او د مايع سطحه هم وړوكې كيږي.



(71) شكل

په همدې ډول که چېرې کومه بهرنۍ قوه موجوده نه وي؛ نو د مايع سطحه په هماغه حجم سره تر ټولو وړوکی مساحت لري؛ نو د دې لپاره چې د مايع سطحه زياته شي؛ اړينه ده چې کار ترسره شي، تر څو ماليکولونه د مايع داخل څخه د مايع سطحې ته وليږدول شي. د ΔS په اندازې سره د مايع سطحې بدلون لپاره د غه ترسره شوی کار عبارت دی له:

$$\Delta K = \gamma\ \Delta S \qquad (30-6)$$

د γ کميت د مايعاتو د سطحي کشش ضريب دی؛ نو له $(6-30)$ اړيکې څخه لرو:

$$\gamma = \frac{\Delta K}{\Delta S} \qquad (31-6)$$

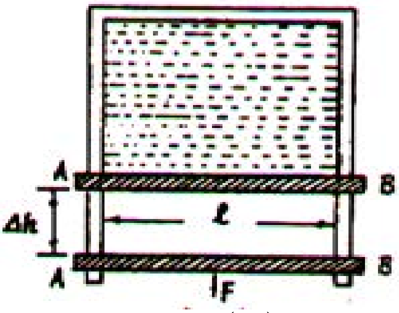
په $(6-31)$ اړيکه کې وينو چې د سطحې کشش ضريب γ د هغه کار سره عدداً مساوي دی، کوم چې د مايع سطحې زياتېدلو لپاره په يو واحد سطحه باندې مصرف کيږي. اوس د سطحي کشش قوه لولو په دې پلمه د (72) شکل په څېر يو U ډوله چوکاټ چې د AB ضلعه يې د ښوېدلو وړتيا ولري، د صابون په ځګ کې وردننه کوو، چې بيا يې پرمخ د صابون د ځګ يوه نازکه پاڼه جوړيږي، که چېرې د چوکاټ متحرک سرونه د Δh په اندازې سره د ځای بدلون ومومي؛ نو پر دغه حالت کې د صابون ځګ نازکه پاڼه لويږي؛ او د چوکاټ پر ديوال باندې د مايع له لوري يوه قوه عمل کوي چې دا قوه د سطحي کشش قوې په نوم ياديږي. د چوکاټ متحرک لوري اغېزي له امله د سطحې کشش قوې پر خلاف ترسره شوی کار مساوي کيږي په:

$$\Delta K = F\ \Delta h \qquad (32-6)$$

$(6-30)$ معادلې څخه لرو:

$$\Delta K = \gamma\ \Delta S = \gamma\, 2l\ \Delta h \qquad (33-6)$$

په دا سې حال کې چې $\Delta S = 2l\ \Delta h$ په دواړو لومړنيو برخو کې د صابون ځګ د نازکې پاڼې مساحت تو پير دی.



(72) شکل

د $(6-23)$ او $(6-33)$ معادلو پرتله کولو څخه لرو: $F = 2\gamma l$

او یا: $(34-6)$ $\gamma = \frac{F}{2l} = \frac{\frac{F}{2}}{l}$

$\frac{F}{2}$ هغه قوه ده چې د صابون ځگ په نازکې پاڼې له یوه لور څخه عمل کوي. $(6-34)$ اړیکه ښيي، چې د سطحي کشش ضریب γ له هغې قوې سره مساوي دی چې د مایع له سطحې څخه د طول پر واحد عمل کوي. دغه قوه د اوږدوالي پر هر واحد باندې چې د مایع سطحه یې احاطه کړېده عمود ده او پر سطحه باندې مماس هم ده، د سحطې کشش ضریب واحد $\frac{N}{m}$ او یا $\frac{dyne}{cm}$ دی.

تجربې ښيي؛ که چېرې یوه ښیښه اوبو ته وردننه شي او بیا یې ترینه راوباسو نو پر ښیښه باندې د اوبو څاڅکې پاته کیږي. دغې پیښې ته لمدېدل وایې کله چې ښیښه له اوبو څخه راوباسو نو اوبه له ښیښې څخه نه بیلیږي دا داسې معنی ورکوي، چې په خپل منځ کې د اوبو مالیکولونه، د ښیښې او اوبو مالیکولونو په نسبت کمزورې اړیکه لري، که په خپل منځ کې د مایع مالیکولونو متقابل عمل د مایع او جامد جسم مالیکولونو د متقابل عمل په نسبت کمزورې وي؛ نو پردې صورت کې دغه مایع د جامد جسم لپاره لمدوونکې واقع کیږي، دا هم امکان لري چې یو جسم د یوې مایع پواسطه لوند شي؛ خو د بلې مایع پواسطه لوند نشي. د مثال په ډول که ښیښه سیمابو ته وردننه کړو؛ نو پردې صورت کې د سیمابو کوم څاڅکې په ښیښه نه پاتېږي، نو سیماب ښیښه نشي لمدولای، په پایله کې که په خپل منځ کې د مایع مالیکولونو متقابل عمل د مایع او جامد مالیکولونو د متقابل عمل په نسبت قوي وي؛ نو پر دغه حالت کې مایع جسم نشي لمدولای.

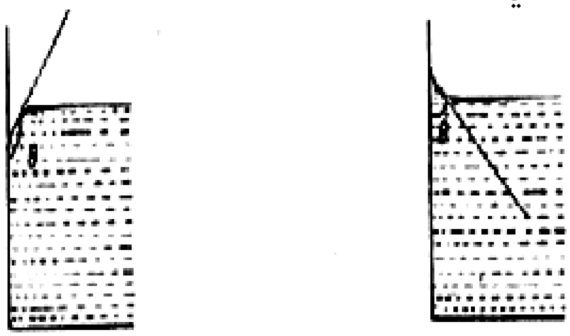
د مایع مالیکولونو ترمنځ قوه د کوهسیو قوې (*Cohesive*) په نوم یادیږي او د جامد جسم او مایع مالیکولونو ترمنځ قوې ته ادهسیو قوه (*Adhesive*) وایې. (یا هم په عمومي توگه ویلای شو د هم نوع مالیکولونو تر منځ عامله قوه *Cohesive* او د مختلف النوع مالیکولونو تر منځ قوه *Adhesive* ده).

که چېرې پر جامد جسم باندې مایع ورتویه کړو نو د (73) شکل غوندې د مایع څاڅکي مختلفې بڼې خپلوي، که چېرې له سطحې سره د مایع په تماس نقطه کې د مایع

ځاځکو له سطحې سره مماس وکاږو، نو د غه مماس له مستوي سره یوه زاویه جوړوي، چې دغه زاویه په θ سره ښیو او د جانبي زاویې په نوم یادیږي. دغه زاویه باید تل په داسې ډول جوړه شي، چې د مایع ځاځکې یې په دننه کې قرار ولري. په لمدوونکو مایعاتو کې د $(73-A)$ شکل پر اساس د θ زاویه حاده او په نه لمدوونکو مایعاتو کې د $(73-B)$ شکل پر اساس د θ زاویه منفرجه ده.

(73) شکل

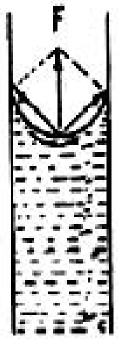
په هره اندازه چې د θ حاده زاویه وړوکې وي، په هماغې اندازې سره پر جسم باندې زیات ځاځکې نښلي او په هره اندازه چې د θ منفرجه زاویه لویه وي، په هماغې اندازې سره د جامد او مایع مالیکولونو ترمنځ د کشش قوه لږه وي، دا په دې معنی ده چې لمدیدونکي مایع د (74 الف) شکل پر اساس د لوښي دیوال ته ور پورته کیږي او د مایع افقي سطحي په نسبت پورته واقع کیږي. کله چې مایع په یوه لوښي کې ور واچول شي؛ نو خپلواکه سطحه یې یوازې د لوښي د یوه دیوال لوري ته انحنا پیدا کوي، خو که چیرې په یوه وړوکي قطر لرونکي نل کې مایع ور واچول شي نو پر دغه حالت کې د مایع ټوله سطحه انحنا مومي.

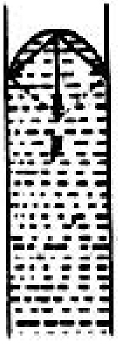


(74) شکل

په لمدیدونکو مایعاتو کې د مایع انحنا سطحه مقعره وي لکه په (75 ـ ب) شکل کې او په نه لمدیدونکو مایعاتو کې د (75 ـ الف) شکل پر اساس د مایع انحنا سطحه محد

به وي. د کشش سطحې قوې محصله د مايع خپلواکې سطحې د انحنا په هرې نقطه کې له صفر سره مساوي نده، بلکه د دغې سطحې د انحنا مرکز لور ته موجه ده، يعنې د خپلواکې سطحې انحنا يو اضافي فشار پر مايع واردوي چې د لاپلاس فشار ($Laplace$) نوميږي.


(75-ب)


(75-الف)

په لمد يدونکو مايعاتو کې د لاپلاس فشار د مايع بهر لور ته موجه وي او پر مايع باندې فشار راکموي، په نه لمد يدونکو مايعاتو کې د لاپلاس فشار داخل لور ته موجه وي او پر مايع باندې فشار زياتوي. د لاپلاس فشار د مايع سطحي کشش ضريب سره مستقيماً متناسب او د مايع سطحې انحنا شعاع سره معکوساً متناسب دی. د مثال په توګه که يو شعريه نل (نل چې ډېر وړوکی قطر ولري) اوبو ته وردننه کړو، دا چې د نل په دننه کې د اوبو سطحې انحنا مقعره ده، نو د لاپلاس فشار پورته لورته موجه دی، چې په پايله کې يې د نل په دننه کې په مايع باندې فشار له بهرني فشار څخه وړوکی او اوبه د نل په دننه کې پورته کيږي.

په نل کې د h په ارتفاع د اوبو دا پورته تلل تر هغه مهاله امکان لري چې د ځمکې جاذبه قوه له اضافي فشار سره مساوي شي. که چېرې پر دغه حالت کې د لاپلاس فشار قوه د اوبو د سطحي کشش له قوې سره مساوي کړای شي؛ نو لرو:

$$F = \gamma 2\pi r \qquad (35-6)$$

دغه قوه د نل په جانبي محيط يعنې $2\pi r$ باندې عمل کوي چې r د نل داخلي شعاع ده، له بل لوري د نل په دننه کې د اوبو وزن قوه چې د لوښي خپلواکې سطحې څخه پورته قرار لري عبارت ده له: $W = m\,g$

دا چې د اوبو کتله $m = \rho V$ ده او $V = \pi r^2 h$ د استوانې په دننه کې د اوبو حجم دی نو:

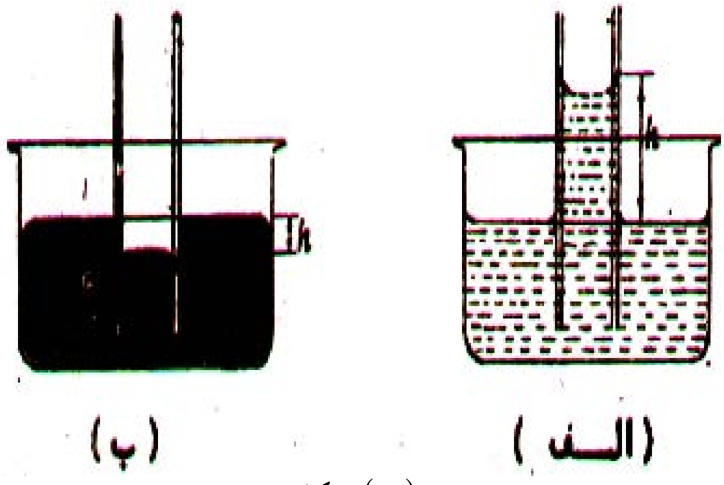
$W = \pi \rho r^2 h g \qquad (36-6)$

پداسې حال کې چې φ د اوبو کثافت دی. پوهیږو چې د تعادل په حالت کې $W = F$ دی نو له $(35-6)$ او $(36-6)$ معادلو څخه لرو:

$$2\pi r \gamma = \rho \pi r^2 h g$$

$$\gamma = \frac{1}{2} r \rho g h$$

د لاپلاس فشار د $P = \frac{2\gamma}{r}$ اړیکې پر اساس د مایع سطحې انحنا شعاع سره معکوساً متناسب دی؛ نو په نل کې د اوبو ارتفاع په هماغه اندازې سره زیاته وي، څومره چې د نل قطر وړوکی وي (هغه نلونه چې خورا وړوکی داخلي قطر ولري د Capillar شعریه نلونو په نوم یادیږي). له پورتینو پایلو څخه موندلای شو چې که یو شعریه نل په لمدیدونکي مایع کې وردننه کړو. نو د نل په دننه کې د مایع سطحه د مایع خپلواکې سطحې څخه پورته واقع کیږي لکه په (76 ـ الف) شکل کې. پداسې حال کې چې په نه لمدېدونکو مایعاتو کې د نل په دننه کې مایع د مایع خپلواکې سطحې څخه ښکته واقع کیږي.



(76) شکل

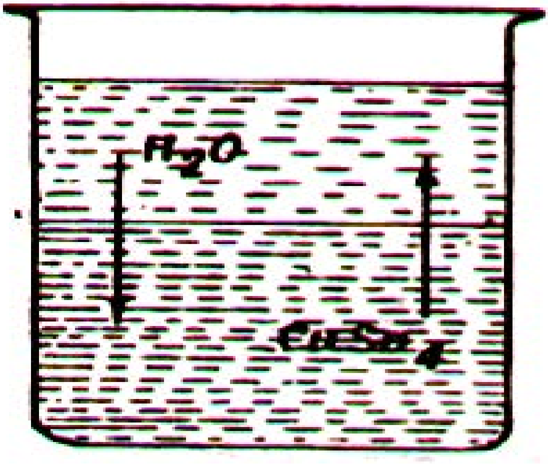
د (76 ـ ب) شکل پر اساس په شعریه نلونو کې د مایع ارتفاع د تودوخې درجې تابع ده او په هره اندازه چې د مایع تودوخې درجه زیاته وي، په هماغه اندازې سره سطحې کشش γ کمیږي؛ نو له دې ځایه هم د لاپلاس فشار لږ کیږي او په پایله کې په شعریه نل کې د مایع ارتفاع کمیږي.

۷.۹ بروني ماليكولي حركت، نفوذ او اسموس

مخکې مو هغه قوه چې دوه ماليکولونه يې پر يو او بل واردوي ولوستله اوس غواړو چې د دغو ماليکولونو حرکت وڅېړو.

پوهېږو چې د جامد ، مايع او غاز تر منځ توپير دا دی چې په جامد جسمونو کې اتومونه د توازن حالت پر شاوخوا وړوکي اهتزازونه ترسره کوي؛ خو د مايع او غاز ماليکولونه تل د حرکت په حال کې وي.

د مايع ماليکولونو دغه حرکت کولای شو په لاندې ډول تشريح کړو. د مايع په يوه څاڅکي د مثال په ډول اوبو کې د رنگ ذرې وردننه کړی.



(77) شکل

او دا د يوه مايکروسکوپ لاندې چې د غټ ښوندنې توان يې زيات وي. وګورئ ! نو وبه وينئ چې د مايع ماليکولونه ولاړ ندي، او يو غير منظم دوارني حرکت ترسره کوي، دغه حرکت د بروني حرکت $(Braunian)$ په نوم ياديږي. د ماليکولونو دغه حرکت کولای شو په بل ډول هم تشريح کړو.

ددې کار لپاره په يوه لوښي کې دوه مايع او يا هم دوه غازونه سره اچوو ، د مثال په توګه اوبه او د $CuSO_4$ محلول. د (77) شکل پر اساس او يا هم د بروم بخار او هوا ، دلته وينو چې د يو څه وخت په تېرېدو سره دغه دواړه مادې په بشپړه توګه سره مخلوط کيږي يعنې د $CuSO_4$ ذرې پورته لورته او د اوبو ذرې ښکته لور ته حرکت کوي د مايع او غاز دغه حرکت د نفوذ $(Diffusion)$ په نوم ياديږي.

د نفوذ پېښنه مايعاتو کې سو که او په غازاتو کې په چټکه توگه را منځته کيږي. په عمومي توگه نفوذ هغه پېښنه ده، چې يو عنصر د ماليکولي حرکت د اغېزې له امله په بل عنصر کې د ثقل قوې پر خلاف ورننوځي.

هغه غازونه چې په کيمياوي توگه پر يو او بل عمل نه کوي نو کولای شي په کيفي توگه سره مخلوط شي، دالتن قانون پر اساس د څو غازونو څخه د مخلوط غاز فشار د مخلوط شوو اجزاوو د فشارونو له مجموعې او د هغو قسمي فشارونو سره مساوي دی، کوم چې هر غاز يې په يوازې ځان سره واردوي. يا هم په بل عبارت کلي فشار د هر غاز فشارونو له مجموعي سره مساوي دی.

که په يوې استوانه کې دوه غازونه په مختلف کثافت سره تر هغه مهاله کښېودل شي، چې نفوذ په بشپړ ډول تکميل شوی نه وي؛ نو پردې حالت کې په استوانه کې د غازونو مخلوط د z په مختلفو ارتفاع گانو سره د p_1 او p_2 قسمي فشارونه لري، داسې چې په هره افقي سطحه کې مجموعی فشار $p_1 + p_2$ دی او ثابت وي، د بايل ماريوت قانون پر اساس کولای شو د قسمي فشارونو پر ځای د غازونو د φ_1 او φ_2 قسمي کثافتونه او يا هم غلظتونه په پام کې ونيسو، په پايله کې د M غاز چې په t وخت کې د S مساحت لرونکې افقي سطحې څخه تيريږي، د S مساحت او t وخت سره مستقيماً متناسب دی او د غاز غلظت تناقص د جريان پر لور يعنې $-\dfrac{dC}{dz}$ دی؛ نو لرو:

$$M \cong -S\,t\,\frac{dC}{dz}$$

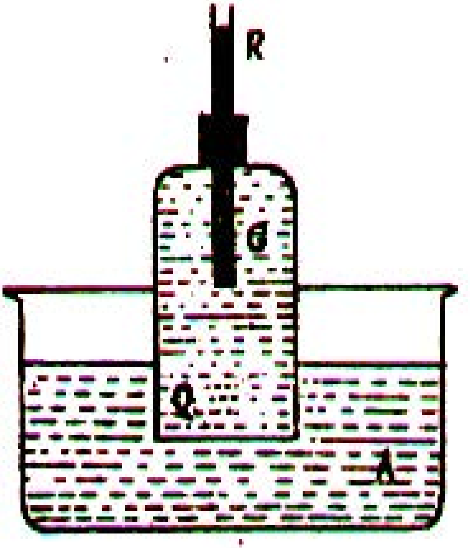
او يا:

$$M = -D\,S\,t\,\frac{dC}{dz}$$

پداسې حال کې چې D د تناسب ثابت دی او د نفوذ ضريب په نوم ياديږي.

د D قيمت د غازونو پر نوعيت پورې تړاو لري او د غازاتو له تودوخې درجې سره مستقيماً متناسب او له فشار سره يې معکوساً متناسب دی. يو شمېر مسام لرونکي (سوري لرونکي) مواد داسې صفات لري چې د يوه محلول څخه يې يوازې محلل تيريږي او هغه ماده چې پکې حل شوې ده، ترېنه نه تيريږي. ددې ډول مادې بيلونکي ديوال ته نيمه قابل نفوذ وايي، د (78) شکل پر اساس φ يو ممبران يا حيواني غشا او R يو نازک نل دی، د G په لوښي او R نل کې د $CuSo_4$ محلول او د A په لوښي کې اوبه وجود لري، پدغه حالت کې د اوبو ماليکولونه له حيواني ممبران څخه تيريږي او د G پر

لوښي کې فشار منځته راوړي، چې د R په نل کې یې د مایع په پورته تللو کې لیدلای شو . په عمومي توگه د نیمه قابل نفوذ پردې څخه یو



(78) شکل

اړخیز نفوذ ته اسموس(*Osmose*) او هغه فشار چې نفوذ په توازن کې ساتي د اسموتیک فشار (*Osmotic*) په نوم یادیږي. اسموتیک فشار کېدلای شي، چې څو اتموسفېره شي، د مثال په ډول د قند % 6 محلول لپاره د اسموتیک فشار $4atm$ او د % 1 قند محلول لپاره د اسموتیک فشار $0.6atm$ دی. د اسموتیک فشار د نیمه قابل نفوذ پردې په نوعیت پورې تړاو لري او د ثابتې تودوخې درجې لپاره د غلظت سره مستقیماً متناسب دی.

پوښتنې

1. یو یو لیتره لوښی د A او B دوو مایع څخه چې منځنی کثافت یې $1.4\frac{gr}{cm^3}$ دی؛ ډکوو. که د A مایع کثافت $0.8\frac{gr}{cm^3}$ او د B مایع کثافت $1.8\frac{gr}{cm^3}$ وي؛ نو د هرې مایع حجم په لاس راوړئ که چېرې نوموړي مایعات سره مخلوط شوي نه وي.

ځواب: $V_A = 400\ cm^3$ او $V_B = 600\,cm^3$

2. یوه فلزي کره د $5cm$ شعاع او $7.8\frac{gr}{cm^3}$ کثافت سره په پام کې ونیسئ. لومړی یې وزن وشمېرئ او بیا یې که چېرې په یوې مایع کې چې کثافت یې معلوم نه وي، ورواچوو نو په دغه حالت کې یې له وزن څخه $5.6\,gr^*$ وزن کم کیږي؛ د مایع کثافت په لاس راوړئ.

ځواب: $W = 3997812dyn$, $p = 1.15\frac{gr}{cm^3}$

3. په یوه استوانوي لوښي کې د $1.2m$ ارتفاع سره اوبه وجود لري. که چېرې پر نوموړي لوښي کې $30cm$ قطر لرونکي استوانوي میله تر ښکته سطحې پورې خوښې کړو؛ نو پر لوښي کې د اوبو سطحه $4cm$ پورته ځي، په نوموړي لوښي کې څومره اوبه وجود لري.

ځواب: $295.98cm^3$

4. یو مکعب مستطیل لوښي چې $4cm$ اوږدوالی $2m$ عرض (سور) او $2.8m$ ارتفاع لري، له اوبو څخه ډکوو، د دغه مستطیل پر قاعدې باندې عامله قوه په لاس راوړئ.

ځواب: $219.5\times10^3\ N$

5. یو سربې جسم چې $80\ gr^\circ$ وزن لري، په یوې نامعلومې مایع کې $5.6\ gr^*$ وزن له لاسه ورکوي؛ نو د مایع کثافت په لاس راوړئ، که چېرې د سربو کثافت $11.3\frac{gr}{cm^3}$ وي.

ځواب: $0.79\frac{gr}{cm^3}$

6 . یو جسم په خالصو اوبو کې ږدو چې $\frac{4}{5}$ برخه یې له اوبو څخه بهر کیږي، د جسم کثافت په لاس راوړئ.

ځواب: $0.2\dfrac{gr}{cm^3}$

7. په یوه لوښي کې $8.34\ cm^3$ اوبه اچوو. له انجماد وروسته یې څومره حجم زیاتیږي، که چېرې د اوبو کثافت $1\dfrac{gr}{cm^3}$ او د یخ کثافت $0.97\dfrac{gr}{cm^3}$ وي.

ځواب: $0.258\ cm^3$

8. یخ چې $0.99\dfrac{gr}{cm^3}$ کثافت لري له ویلې کېدلو وروسته $10\ cm^3$ د حجم بدلون مومي، د ویلې شوي یخ کتله په لاس راوړئ.

ځواب: $990gr$

9. که چېرې د توریچلي تجربه د سیمابو پر ځای د $0.8\dfrac{gr}{cm^3}$ کثافت لرونکو غوړیو کې ترسره کړو؛ نو د غوړیو ارتفاع په لاس راوړئ، که چېرې په تجربه کې د سیماب ستون ارتفاع $75cm$ او کثافت یې $13.6\dfrac{gr}{cm^3}$ وي.

ځواب: $1275\ cm$

10. په یوه توربین باندې له $250m$ ارتفاع څخه اوبه رالویږي، توربین ته د رسېدلو پر مهال د اوبو سرعت او په توربین باندې عامل فشار معلوم کړئ، که چېرې د اوبو کثافت $1\dfrac{gr}{cm^3}$ وي.

ځواب: $P = 2450000\dfrac{dyn}{cm^2}$, $v = 70\dfrac{m}{\sec}$

11. یو لامبو وهونکی چې د بدن مساحت یې $0.5m^2$ دی، په درې مترو ژورو اوبو کې لامبي، قوه او فشار چې د اوبو له لوري پر لامبو وهونکي واردیږي په لاس راوړئ.

ځواب: $P = 29.4\times10^3\dfrac{N}{m^2}$, $F = 14.7\times10^3 N$

12. یو څړوبی چې د اوبو له سطحې څخه $30m$ هسک دی، څومره وزن باید پرې باندې کښېښودل شي، تر څو د اوبو له وتلو څخه مخه ونیسي که چېرې د څړوبي خولې مساحت $0.8cm^2$ او د اوبو کثافت $1\dfrac{gr}{cm^3}$ وي.

ځواب: $23.52N$

13. د يوه کور د اوبو حوض چې د لومړی طبقې له شيردهن څخه $12m$ واټن لري. د فشار توپير د لومړې طبقې شيردهن او څلورمې طبقې شيردهن ترمنځ څومره دی، که چېرې د هرې طبقې ارتفاع $3m$ وي.

ځواب: $882000\frac{dyn}{cm^2}$

14. يوه کښتۍ چې منځنۍ کثافت يې $0.4\frac{gr}{cm^3}$ دی، د بحر په سطحه کې چې د اوبو کثافت يې $1.04\frac{gr}{cm^3}$ دی؛ گرځي که چېرې د کښتۍ د هغې برخې حجم چې له اوبو بهر ده، $8m^3$ وي؛ نو د کښتۍ مجموعي حجم په لاس راوړي.

ځواب: $13m^3$

15. يو جسم په هوا کې $21gr^*$ وزن لري. همدا جسم په اوبو کې $13.5\ gr^*$ او په پترولو کې $14.7\ gr^*$ لري؛ نو د جسم او پترولو کثافت په لاس راوړئ.

ځواب: د جسم کثافت $2.8\frac{gr}{cm^3}$ او د پترولو کثافت $0.84\frac{gr}{cm^3}$

16. په يوه لرگين مکعب مستطيل باندې بايد څومره قوه وارده شي، تر څو هغه د اوبو پر منځ کې وساتي، که چېرې د نوموړي اوږدوالی $30cm$ ، سور يې $25cm$ او ارتفاع يې $20cm$ او د لرگي کثافت $0.5\frac{gr}{cm^3}$ وي.

ځواب: $73.5N$

اووم څپرکی

د مايعاتو او غازاتو ډيناميک

١. د مايعاتو او غازاتو جريان

په دغه څپرکي کې غواړو، چې مايعات او غازات د حرکت پر مهال کې وڅېړو، په دغه مطلب باندې د لا ښه پوهېدلو لپاره لومړی هغه قوې را مخې ته کوو، چې د جريان لامل ګرځي. د مايع او غاز په هرې ذرې باندې بهرنۍ قوې لکه د ثقل قوه او هغه قوه چې د مايعاتو او غازاتو ذرو ته د فشار توپير له امله تعجيل ورکوي او د نومړو د حرکت سبب ګرځي، عمل کوي. په حقيقي مايعاتو کې پر دغو قوو باندې د مايع ماليکولونو قوې ورزياتيږي. دغه قوې چې د مايعاتو د غلظت سبب کيږي د اصطکاک قوو په نوم ياديږي. پوهيږو که چېرې يو جسم د ساکن غاز يا مايع په دننه کې حرکت وکړي؛ نو په مقابل لوري يې يوه قوه عمل کوي چې د اصطکاک قوې په نوم ياديږي. د نيوتن دويم قانون ته په پام سره هغه قوې چې د مايع پر يوې ذرې باندې عمل کوي، د هماغې ذرې د کتلې او د تعجيل ضرب حاصل سره مساوي دی، کوم چې ياده ذره يې د محصله قوې د اغېزې له امله ځانته غوره کوي. دغه حقيقت د هايدرو ديناميک معادلو لنډيز ښيي، د هايدروديناميکي حرکت معادلې په لاندې ډول رالنډوو: د مايع هرې ذرې لپاره بايد بهرنۍ قوې، د فشار توپير قوې، د اصطکاک قوې او د عطالت قوې يو او بل سره په توازن کې وساتي.

د غازاتو او مايعاتو جريان کولای شو د جريان ساحې پواسطه د يو مودل په ډول تشريح کړو، که چېرې مونږ وغواړو، پر سطحه باندې يې د مايع ذرې په مسير پوی شو؛ نو کولای شو هغه د ذرې په مسير کې د کارک برادې د پاشلو په واسطه تعقيب کړو، همدارنګه د دغې طريقې څخه په کارونې سره کولای شو د مايع په داخل کې د ذرې د حرکت په مسير ځانونه خبر کړو، داسې چې د ذرې په مسير کې او د مايع په منځ کې رنګ او يا هم د المونيم پوډر اچوو، تر څو د ذرو سره يوځای حرکت وکړي. د غازاتو جريان کولای شو د رنګ لرونکي غاز لکه د لوګي په دننه کولو سره وګورو او د حرکت مسير يې تعقيب کړو. که چېرې د قلم رنګ په بهېدونکې مايع کې په رشته ايې ډول وڅڅوو؛ نو وينو چې د رنګ دغه نازکه رشته په يوه ټاکلې کرښې ځان برابروي، چې د جريان کرښه نوميږي. په يوه جريان کې د جريان کرښه هغه مسير دی چې د مايع ذره يې

طی کوي. د يوې مايع ذرې د سرعت وکتور د جريان پر کرښې مماس وي. که چېرې د مستوي يوه سطحه د جريان جهت باندې عمود کښېږدو نو د جريان هغه کرښې چې د دغې سطحې څخه تيرېږي د جريان کرښو کثافت نومېږي. د جريان کرښو کثافت د يوې مايع په دننه کې د سرعت توزيع ښيي، هر څومره چې په يوه ځای کې د جريان کرښې زياتې وي؛ نو په هماغه اندازې سره په هماغه ځای کې د جريان سرعت زيات وي.

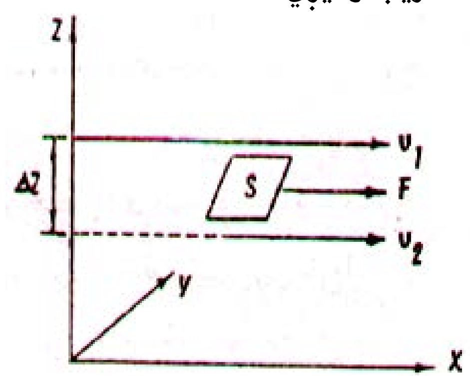
۷.۲ لزوجيت او د ستوکس قانون

که چېرې د مايع يوه طبقه د مايع پر بلې طبقې باندې وښوئيږي؛ نو د اصطکاک قوه منځته راځي. که چېرې پورتنۍ طبقه په زيات سرعت حرکت وکړي؛ نو بيا لاندينۍ طبقې ته چې سوکه حرکت کوي؛ يو **تعجيل** ورکوي. دا قوې د اصطکاک قوو په نوم يادېږي. هر څومره چې سطحه لويه وي؛ نو په هماغه شمېر سره د اصطکاک قوه لويه وي او همدارنګه د اصطکاک قوه له يوې طبقې څخه بلې طبقې ته د سرعت بدلون سره مستقيماً متناسب ده.

اوس د مايع دوې طبقې داسې په پام کې نيسو، چې سرعتونه يې v_1 او v_2 او تر منځ يې Δz واټن وي لکه په (79) شکل کې؛ نو پردې وخت کې د اصطکاک قوه عبارت ده له:

$$F = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta z} \qquad (1-7)$$

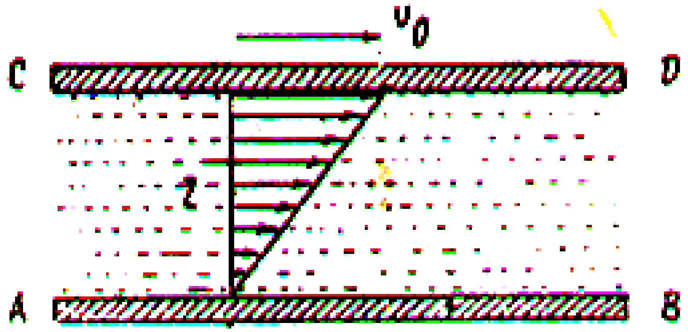
η د تناسب ثابت دی او د مايع پر نوعيت پورې تړاو لري، چې د اصطکاک داخلي ضريب او يا هم د لزوجيت ضريب نومېږي.



(79) شکل

پر بله تجربه کې د AB او CD دوې لوحې د (80) شکل پر اساس، په پام کې نيسو چې په منځ کې يې د Δz په اندازې سره ضخامت لرونکې مايع وجود لري. د AB لوحه

ثابته ساتو او د CD لوحې ته يې په خپله مستوي کې ښي لور ته د v_0 سرعت سره حرکت ورکوو ؛ نو وبه ليدل شي چې د AB او CD لوحو سره د مايع مختلفې موازي طبقي په مختلفو سرعتونو په يو او بل باندې رغړيږي. د غه طبقه پر CD باندې په بشپړه توگه نښتې وي، دې ته ورته هغه طبقه چې له AB سره تماس لري، هم نښتې معلوميږي يعنې سرعت يې صفر دی.



(80) شکل

د z په امتداد له AB تر CD د مايع طبقو سرعت له $v = 0$ تر $v = v_0$ پورې په خطي ډول زياتيږي. دغه مسئله په لاندې ډول سره تشريح کېدلای شي. د مايع تر ټولو لوړه طبقه چې د v_0 سرعت لري پر خپلې لاندينۍ طبقې باندې يوه مماسي قوه واردوي، همدې ته ورته عمل همدا طبقه پر خپلې لاندينۍ طبقې هم ترسره کوي او همدا عمل د مايع تر ټولو لاندينۍ طبقې پورې ترسره کيږي. يعنې هره طبقه پر خپلې لاندينۍ گاونډۍ طبقې باندې د F تعجيل ورکوونکې قوه واردوي. د نيوټن دريم قانون پر اساس لاندينۍ طبقه هم پر خپلې پورتنۍ گاونډۍ طبقې د F تاخير ورکوونکې قوه واردوي. دا دواړه قوې د مقدار له پلوه سره مساوي دي او په پايله کې د لزوجيت ضريب μ د لاندې اړيکې پواسطه تعريف کيږي:

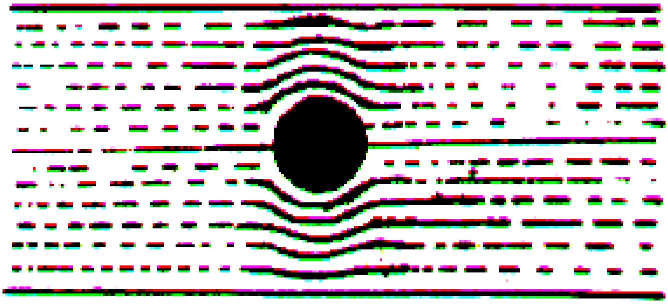
$$\eta = \frac{\frac{F}{S}}{\frac{\Delta v}{\Delta z}} \qquad (2-7)$$

Δv د دوو گاونډيو طبقو د سرعتونو توپير Δz د دوو طبقو تر منځ واټن او S د مايع طبقو د سطحو مساحت دی. که چيرې د مايع طبقې چې يو پر بل باندې رغړيږي، خورا نازکې وي؛ نو پر دغه حالت کې پورته اړيکه په لاندې ډول اوړي:

$$\eta = \frac{\frac{F}{S}}{\frac{dv}{dz}} \qquad (3-7)$$

$\frac{F}{S}$ د افقي قوې فشار په نوم یادیږي.

هغه جریانونه چې تر او سه مو ولوستل د آرام $(La\min ar)$ یا طبقه ایې جریانونو په نوم یادیږي. پر دغه حالت کې د مایع طبقې یو پر بل باندې رغړیږي. که یوه مایع له یوه نل څخه تېره شي او خپل سرعت زیات کړي؛ نو پردغه حالت کې خپلې طبقه ایې ځانگړنې له لاسه ورکوي او گډوډیږي، پر دغه صورت کې د سرعت وکتور عمودي مرکبه د نل محور پورې ورکوي او د مایع له هرې نقطې څخه د سرعت غیر منظم وکتورونه منځته راوړي، د مایع دغه حرکت د متلاطم $(Turbulant)$ (توربولینتي) جریان په نوم یادیږي. که چېرې د مایع حرکت د متلاطم حالت څخه طبقه ایې حالت ته واوړي؛ نو پر دغه صورت کې لزوجي مایع مقاومت لویېږي، که چېرې د یوه لوښي په سوري کې چې مایع ترینه راتوئیږي یو جسم کښېږدو ؛ نو د مایع طبقه ایې جریان پر چورلیز جریان اوړي. لکه په (81) شکل کې:



(81) شکل

د ساري په توگه که یو کروي جسم په یوې غیر لزوجي مایع کې حرکت وکړي نو پر دغه صورت کې، جسم د خپل ځان په مقابل کې د اصطکاک قوه نه محسوسوي؛ خو په یوې لزوجي مایع کې دا د اصطکاک قوه محسوسیږي. که د مایع سرعت وړوکی وي؛ نو د جسم شاوخوا څخه د مایع تېرېدلو پر مهال چورلیز جریان نه رامنځته کیږي، دلته په مایع کې د اصطکاک قوې منځته راځي او د مایع هغه طبقې چې له جسم سره تماس لري، غواړي چې جسم ځانته راکش کړي نو پر دغه حالت کې قوه د *Stokes* قانون ربښتینی

کوي، يعني د اصطکاک قوه F_r د جسم له سرعت V د مايع لزوجيت ضريب η او د جسم له شعاع r سره متناسب ده. که چېرې د r شعاع لرونکي يوه گلوله په لزوجي مايع کې خوشې کړو نو د اصطکاک قوه مساوي کيږي په:

$$F_r = 6\pi \eta r v$$

د مايع په دننه کې لومړی د گلولې حرکت تعجيلي دی خو وروسته د گلولې سرعت ته په پام سره د اصطکاک قوه F_r هم زياتيږي او په پای کې د اصطکاک قوه په مايع کې د گلولې له وزن سره مساوي کيږي. که چېرې د قوو توازن وساتلی شي نو جسم په ثابت سرعت سره د مايع په دننه کې حرکت کوي. د توازن په حالت کې لرو:

$$F_r = W' = 6\pi \eta r v \qquad (4-7)$$

د W' قوه چې د مايع په دننه کې پر گلولې باندې عمل کوي د ارشمېدس قانون پر اساس له $W - A$ څخه عبارت ده، داسې چې W په هوا کې د گلولې وزن او A د ارشمېدس يا صعودي قوه ده، چې د مايع له لوري پر گلولې باندې عمل کوي نو

$$W' = W - A = \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \rho')g \qquad (5-7)$$

ρ د گلولې کثافت او ρ' د مايع کثافت دی. که چېرې د W' قيمت له $(7-5)$ معادلې څخه په $(7-4)$ اړيکه کې کښېږدو ؛ نو لرو:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \rho')\, g = 6\pi \eta r v$$

$$\eta = \frac{2}{9}\frac{r^2 (\rho - \rho')}{v}\, g$$

که چېرې v د $\frac{x}{t}$ سره تعويض کړو چې x د گلولې پواسطه وهل شوی واټن او t هغه وخت دی چې گلوله پکښې د x واټن طی کوي؛ نو:

$$\eta = \frac{2}{9}\frac{r^2 t\, (\rho - \rho')}{x}\, g \qquad (6-7)$$

$(7-6)$ اړيکه نه يوازې د لزوجي مايعاتو، بلکه د غازاتو لپاره هم د منلو وړ ده. په يوې لزوجي مايع کې د اصطکاک قوې دوهم سبب د چورليزونو (گردابونو) جوړښت يې دی. $(7-6)$ اړيکه په عمومي ډول په يوه پراخه نل کې هم تطبيق کېدای شي که چېرې گلوله په يوه نازک نل کې خوشې کړو؛ نو پر دغه حالت کې د نل ديوال د گلولې پر سرعت باندې زيات اغېزه پرې باسي او له سرعت څخه يې راکموي.

د $C.G.S$ پر سيستم کې د لروجيت ضريب واحد له $grcm^{-1}\sec^{-1}$ څخه عبارت دی چې د غه واحد ته يو پويز $(Poise)$ وايي؛ نو:

$1P = 1gr\ cm^{-1}\ \sec^{-1}$

د يوې مايع لزوجيت د تودوخې تابع دی او د تودوخې درجې له زياتوالي سره راکميږي. خو برعکس په غازاتو کې لزوجيت د تودوخې درجې په لوړېدو سره زياتيږي.

۷.۳ د برنولي قانون $(Bernolli)$

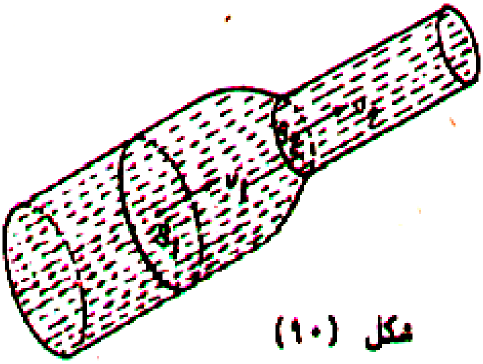
د (82) شکل پر څېر يو نل چې مايع پکښې بهيږي په پام کې نيسو که چېرې د S_1 په مقطع کې مايع د v_1 سرعت سره جريان وکړي، نو پر دغه صورت کې S_2 پر مقطع کې مايع د v_2 سرعت سره جريان کوي. دا چې مايعات تراکم نه منونکي دي؛ نو:

$$S_1\ dx_1 = S_2\ \ \ dx_2 \qquad (7-7)$$

او يا:

$$S_1\ v_1 = S_2\ v_2 \qquad (6-7)$$

$(7-7)$ او $(7-8)$ اړيکې ښيي: هغه مقدار مايع چې په يوه ثانيه کې له S_1 مقطع څخه تيريږي له هغه مقدار مايع سره مساوي ده چې په همدې وخت کې د



شکل (۱۰)

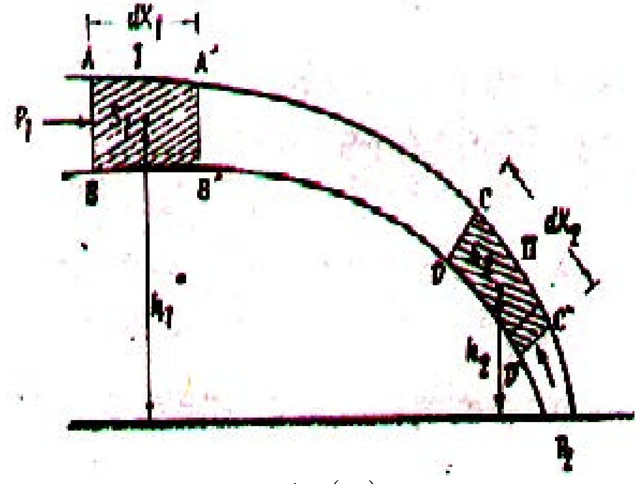
S_2 له مقطع څخه تيريږي.

$(7-7)$ او $(7-8)$ معادلې د تماديت معادلو په نوم ياديږي. SV د هغې مايع حجم دی، چې په يوې ثانيه کې د S له مقطع څخه تيريږي نو په عمومي ډول د تماديت معادله په لاندې ډول ليکلای شو.

$$S\ v = Const \qquad (9-7)$$

د تماديت معادله څرگندوي چې د يوه نل په هره نقطه کې د جريان (بهېدلو) شدت يو شان قيمت لري. د $(7-9)$ په معادله کې وينو چې د نل په لويې مقطع کې د مايع سرعت کم او د نل په وړوکې مقطع کې د مايع سرعت زيات دی.

اوس غواړو د نل په دننه کې چې کومه مايع بهېږي، د هغې د فشار توزيع باندې پوی شو، دا چې د نل په وړو کې مقطع کې د مايع سرعت زياتيږي؛ نو د مايع ذرې تعجيل اخلي او په پايله کې يوه قوه پرې باندې عمل کوي، د دغې قوې مقدار پر سطحې باندې له مؤثر فشار څخه عبارت دی؛ نو په بهېدونکې مايع کې د مايع فشار د مايع سرعت په زياتېدلو سره راکميږي او د مايع سرعت کموالی د فشار زياتوالي لامل گرځي. ددې لپاره يې د مايع سرعت او فشار تر منځ اړيکه په لاس راوړو؛ نو د نل په يوې برخه کې چې مايع پکښې بهېږي د انرژي قانون تطبيق کوو، ددې لپاره د (83) شکل په څېر د مايع $ABCD$ حجم د نل په دننه کې په پام کې نيسو او د dt وخت تېرېدلو وروسته $A'B'C'D'$ موقعيت ته رسېدلي وي. فرض کوو چې په (1) ځای کې د نل مقطع مساحت S_1، د مايع فشار P_1 او د افق له سطحې څخه يې ارتفاع h_1 وي؛ نو دا ليرږد داسې تصور کېدلای شي، چې د $A'B'C'D'$ مايع مقدار د بدلون نه پرته پاتې کيږي او د مايع $ABA'B'$ مايع مقدار



(83) شکل

د $CDC'D'$ په حجم کې واقع شوی وي؛ نو په $A'B'CD$ برخه کې د انرژي له پلوه کوم بدلون نه تر ستر گو کيږي.

د انرژي تحفظ قانون څخه لرو، چې د $ABCD$ مايع د انرژي بدلون، کوم چې د $A'B'C'D'$ پورې بهېږي، سره مساوي دی. خو د $ABA'B'$ او $CDC'D'$ مايع برخو انرژي له يو او بله سره توپير لري او د انرژي دغه توپير چې د P_1 او P_2 فشارونو پواسطه ترسره کيږي له کار سره مساوي دی.

ځرنګه چې:

$$E_{ABA'B'}^{tot} = \rho S_1\, dx_1\; g\, h_1 + \frac{1}{2}\rho S_1\, dx_1\, v_1^2$$

$$E_{CDC'D'}^{tot} = \rho S_2\, dx_2\; g\, h_2 + \frac{1}{2}\rho S_2\, dx_2\, v_2^2$$

کیږي؛ نو د $\Delta E = E_{CDC'D'}^{tot} - E_{ABA'B'}^{tot}$ توپیر باید له هغه کار سره مساوي شي کوم چې د P_1 او P_2 فشارونو پواسطه ترسره کیږي، دغه کار عبارت دی له:

$$\Delta K = P_1\, S_1\, dx_{11} - P_2\, S_2\, dx_2$$

نو:

$$\rho\, g\, S_2\, dx_2\, h_2 + \frac{1}{2}\rho S_2\, dx_2\, v_2^2 - \rho\, g\, S_1\; dx_1\, h_1 - \frac{1}{2}\rho S_1\, dx_1\, v_1^2$$

$$= P_1\, S_1\, dx_1 - P_2\, S_2\, dx_2$$

$(8-7)$ اړیکې ته په کتو سره وروستۍ اړیکه په لاندې بڼه اوړي.

$$P_1 + pgh_1 + \frac{1}{2}pv_1^2 = pgh_2 + \frac{1}{2}pv_2^2 + P_2 \qquad (10-7)$$

د بهېدونکي نل د هرې مقطع لپاره کولای شو ولیکو:

$$\rho\, g\; h + \frac{1}{2}\rho v^2 + P = Const \qquad (11-7)$$

$$v = 0$$

$(11-7)$ اړیکه د برنولي قانون دی، که چېرې $V = 0$ شي نو پر دغه صورت کې د هایدروستاتیک معادله لاسته راځي، یعنې: $P_2 - P_1 = \rho\, g\,(h_1 - h_2)$

د یوه افقي نل لپاره $(7-11)$ معادله په لاندې بڼه اوړي:

$$\frac{1}{2}\rho\, v^2 + P = Const \qquad (12-7)$$

$(12-7)$ اړیکه جوتوي چې د بهېدلو پر مهال د یوې مایع فشار په هماغه اندازه وړوکی وي، څومره چې په هماغه سیمه کې د بهېدلو سرعت زیات وي. که د سکون په حالت کې د مایع فشار په P_0 وښیو. نو پدغه صورت کې په $(7-12)$ معادلې کې لرو:

$$P_0 = P + \frac{1}{2}\rho v^2$$

په دغې اړیکه کې P_0 مجموعي فشار P_0 ستاتیکي فشار او $\frac{1}{2}\rho v^2$ دموي فشار نومیږي.

مثال: په يو نل کې چې $10cm$ قطر لري د $30\frac{Cm}{sec}$ سرعت سره يو مايع پکښې بهيږي، د هغې مايع مقدار چې په هر ثانيه کې د نل له مقطع څخه تيريږي په لاس راوړئ.

حل:

$$v = 30\frac{Cm}{sec}$$

$$d = 10\,Cm$$

$$r = 5\,Cm$$

$$\frac{Q}{t} = S\,v = \pi\,r^2 v$$

$$= 3.14(5Cm)^2\,30\frac{Cm}{sec}$$

$$= 2355\frac{Cm^3}{sec}$$

مثال: که چېرې په $6cm$ قطر لرونکي نل کې د مايع بهېدلو سرعت $60\frac{Cm}{sec}$ وي؛ نو د نل پر هغې برخه کې چې $3cm$ قطر ولري، د اوبو بهېدلو سرعت په لاس راوړئ.

حل:

$$S_1\,v_1 = S_2\,v_2$$

$$\pi\,r_1^2\,v_1 = \pi\,r_2^2\,v_2^2$$

$$(3Cm)^2\,60\frac{Cm}{sec} = (1.5Cm)^2\,v_2$$

$$v_2 = 240\frac{Cm}{sec}$$

د تماديت معادلې څخه لرو.

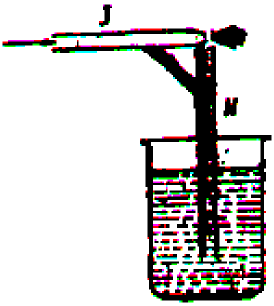
پوښتنه. يو نل چې $10cm$ قطر لري، د $5\frac{m}{sec}$ سرعت سره مايع پکښې بهيږي؛ نو پر 10 دقيقو کې ترينه څو مره متر مکعب اوبه تيريږي.

ځواب: $23.55m^3$

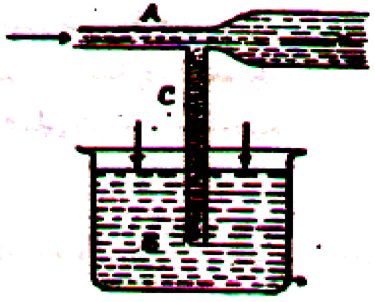
۳.۴ د برنولي قانون تطبيق

د برنولي قانون پر اساس په يوې بهېدونکې مايع کې فشار هغه مهال کمېږي چې د مايع سرعت زيات او يا هم د مايع بهېدلو کرښې سره نږدې شي. له دغه حقيقت څخه په زياترو ورځينو کارونو کې ګټه اخستل کېږي.

۱. د مايعاتو په پورته کولو کې



(85) شکل

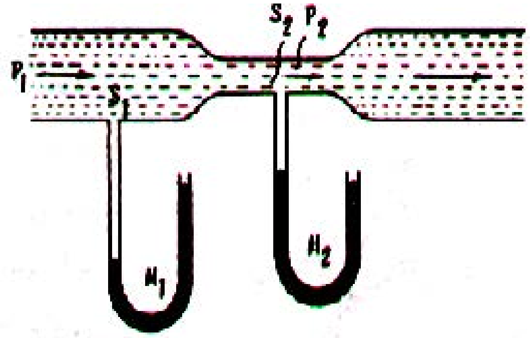


(84) شکل

د (34) شکل پر اساس؛ A افقي نل د C عمودي نل پواسطه له B لوښي سره چې د مايع څخه ډک دی، ارتباط لري افقي نل ښي لور ته سورور او کيڼ لوري ته وړوکي مقطع لري، که چېرې د مايع بهېدلو سرعت په A نل کې د کيڼ لور څخه ښي لور ته په پوره اندازې سره زيات وي؛ نو ستاتيکي فشار د A نل په وړه مقطع کې دومره وړوکی کېږي، چې د هوا فشار ورته بسنه کوي، تر څو مايع د B لوښي څخه د C په نل کې راپورته شي، له دغې طريقې په يوه مخزن (حوض) کې د اوبو راويستلو کې کار اخستل کېږي او له دغه ډول څخه عطر پاشوونکي هم جوړ دي، د (85) شکل غوندې د J جيت څخه د هوا جريان، د N نل په مرستې سره له بوتل څخه مايع را بهر کوي او په کوچنيو څاڅکو سره يې پاشي.

۲. ونتوري متر (*Venturimeter*)

لاندينۍ آله چې د برنولي قانون په اساس کارکوي، ونتوري متر نومېږي لکه په (86) شکل کې. دغه آله د مايعاتو او غازاتو د جريان سرعت اندازه نيوني لپاره کارېږي او د دوو مانومترونو M_1 او M_2 پواسطه د S_1 او S_2 مقطع سطحو کې د P_1 او P_2 هايدروستاتيکي فشار اندازه کوي.



(86) شکل

که v_1 او v_2 په پورته یاد شویو ځایونو کې د مایع بهېدلو سرعت وي، دا چې نل په افقي ډول پروت دی یعنې $h_2 = h_1$ ده؛ نو د برنولي معادلې څخه لرو:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

او یا:

$$P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho\left(v_1^2 - v_2^2\right)$$

د تمادیت معادلې په پام سره لرو چې $s_1 v_1 = s_2 v_2$ کیږي؛ نو:

$$P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2\left[\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 - 1\right]$$

له دغه ځایه څخه:

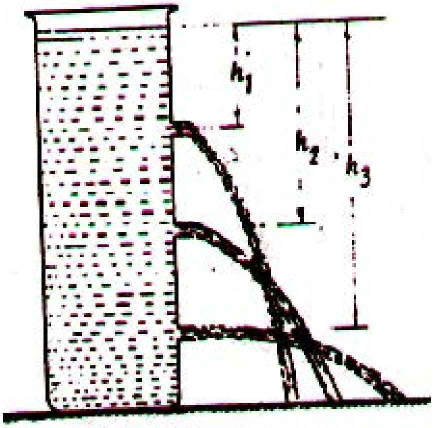
$$v_2 = \sqrt{\frac{2(P_2 - P_1)}{\rho\left[\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 - 1\right]}} \qquad (13-7)$$

د $(13-7)$ اړیکې پواسطه کولای شو په یوه نل کې د غاز او یا مایع د بهېدلو سرعت پیدا کړو.

۳. د توریچلي قانون

د برنولي معادلې څخه په کارونې سره کولای شو، د یوه لوښي له سوریو څخه د مایع د وتلو سرعت مقدار، که څه هم دغه سوري په قاعده او یا هم د لوښي پر دیوال کې واقع دي. د (87) شکل پر اساس په وتونکي سوري کې p عامل ستاتیکي فشار د هوا فشار p_0 سره مساوي دی او د سوري او د مایع آزادې سطحې تر منځ د ارتفاع توپیر h دی، د

برنولي معادله هم د مايع سطحې او هم د لوښي سوري لپاره تطبيق کوو. فرضوو چې د لوښي پراخي دومره لويه ده، چې د مايع په خپلواکه سطحه کې د مايع ښکته راتللو سرعت صفر په پام کې ونيسو ،نو د برنولي معادله په لاندې شکل اوړي.



شکل (87)

$$P_0 + \rho g h = P_0 + \frac{1}{2}\rho v^2$$

او يا:

$$v = \sqrt{2 g h}$$

دغه قانون د لومړي ځل لپاره توريچلي په لاس راووړ او وايې چې: په يوې اصطکاک نلرونکې مايع کې د وتلو سرعت د هغه جسم له سرعت سره مساوي دی، که چېرې همدغه جسم له سوري څخه آزاد سقوط وکړي.

مثال: د اوبو په يوې ډک لوښي کې چې $16m$ ارتفاع کې يې $2cm$ قطر لرونکی نل واقع دی ، په يوې دقيقه کې څومره اوبه بهر کوي.

حل: د لوښي په سطحه او د سوري پر ځای کې فشار مساوي دی؛ نو $P_1 = P_2$ او د لوښي په سطحه کې سرعت صفر يعنې $v_1 = 0$ دی؛ نو د برنولي له اړيکې څخه لرو:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

په داسې حال کې چې $h_1 - h_2 = 16cm$ دی؛ نو:

$$v_2 = \sqrt{2 g (h_1 - h_2)} = \sqrt{29.8 \frac{m}{\sec^2} \times 16m}$$

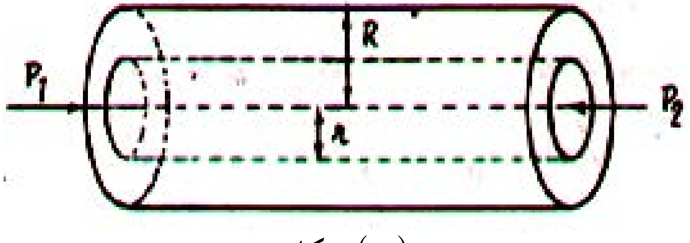
$$= 17.7 \frac{m}{\sec}$$

پوښتنه: د یوه لوی لوښي له شیر دهن څخه د اوبو وتلو سرعت پیدا سي ډول په لاس راوړئ، چې د دوه نقطو تر منځ د فشار توپیر $10^6\ \frac{N}{m^2}$ وي او دواړه نقطې په یوه ارتفاع کې پرتې وي. دا مو هم باید په یاد وي چې د دوو نقطو پر منځ کې شیر دهن پروت دی.

ځواب: $44.7\frac{m}{\sec}$

۷.۵ د هاګن اوپویزویلي قانون $(Hagen - poiseulli)$

اوس غواړو وپوهیږو چې د l اوږدوالي او R شعاع لرونکي نل څخه په فی واحد وخت کې څومره مایع تیریږي. داخلي اصطکاک ته په پام سره د نل په منځنۍ برخه کې د مایع سرعت لوی قیمت او د نل په دیوالونو کې یې قیمت صفر دی. د (88) شکل پر اساس د نل په دننه کې د مایع استوانوي رشته د r په شعاع سره په پام کې نیسو، چې محور یې د نل پر محور منطبق وي، د نل په لومړي سر کې د P_1 فشار او په وروستی برخه کې یې د p_2 فشار عمل کوي. داسې چې $p_1 > p_2$ وي؛ د نل په دننه کې د مایع د طبقو سرعت د r یعنې $V = V(r)$ تابع دی، د نل په دیوال کې $r = R$ د مایع سرعت صفر یعنې $V = 0$ او د نل په محور کې $V = 0$ دی او مایع اعظمي سرعت لري، د نل په دننه مایع باندې دوې قوې عمل کوي چې یوه یې د فشار توپیر قوه F_p او بله یې د اصطکاک قوه F_r ده چې د استوانې له محور سره موازي وي چې عبارت دي له:



(88) شکل

$$F_p = \pi r^2 (p_1 - p_2)$$

$$F_r = \eta 2\pi r l \frac{dr}{dx}$$

د r په شعاع د استوانې مایع، د تماس سطحه یې له ګاونډی مایع سره ده چې د $2\pi rl$ سطحې اصطکاک په نوم یې هم یادوي، د تعادل پر حالت کې باید د فشار توپیر او د اصطکاک قوې سره مساوي او مختلف الجهته وي، یعنې: $F_p = -F_r$

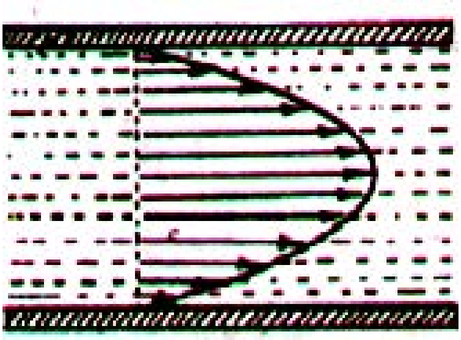
او یا:
$$\eta r^2\left(p_1 - p_2 = -\eta 2\pi r l \frac{dv}{dr} \right)$$

که چیرې د وروستۍ معادلې کیڼ لور څخه د $V = V(r)$ نه تر $V = 0$ او له ښي لور r څخه تر R پورې انتیګرال ونیسو؛ نو لرو:

$$\int_v^0 dv = -\frac{1}{2\eta}\frac{P_1 - P_2}{l}\int_r^R r\,dr$$

او یا:
$$v(r) = \frac{1}{4\eta}\frac{P_1 - P_2}{l}\left(R^2 - r^2\right) \qquad (14-7)$$

$(14-7)$ معادله د پارابول معادلې شکل لري؛ نو د (88) شکل پر اساس د نل په دننه کې د سرعت توزیع د یو پارابول پواسطه ښودل کیږي. اوس د مایع کلي حجم چې د نل له یوې کیفي مقطع څخه په واحد وخت کې تیریږي شمېرو. د r او $r + dr$ مقطعې څخه په یوې ثانیه کې د dQ مقدار مایع تیریږي داسې چې:



شکل (89)

$$d\theta = 2\pi r\; dr\, v(r) \qquad (15-7)$$

که چیرې د $v(r)$ قیمت له $(14-7)$ اړیکې څخه په $(15-7)$ اړیکه کې وضع کړو نو لرو چې:

$$dQ = 2\pi r\, dr \frac{1}{4\eta}\frac{P_1 - P_2}{l}\left(R^2 - r^2\right) \qquad (16-7)$$

که چیرې له $(16-7)$ اړیکې څخه د $r = 0$ نه تر $r = R$ پورې انتیګرال ونیسو، نو هغه مقدار مایع چې په یوې ثانیه کې د R شعاع لرونکې نل له مقطعې څخه تیریږي لاسته راځي. یعنې:

$$Q = \frac{\pi}{8\eta}\frac{P_1 - P_2}{l} R^4 \qquad (17-7)$$

$(17-7)$ اړیکه د هاګن پویزویلی قانون په نوم یادیږي، د غه قانون په فزیولوژي کې خورا مهم رول لوبوي، د انسان د شعریه نلونو سیستم $10^5 km$ په شاوخوا کې اوږدوالی لري، د عضلاتو د فعالیت زیاتوالی د وینې جریان یعنی Q ته شدت وربښي، د غه حقیقت د $Q \approx R^4$ له امله کیږي او په دغه صورت کې زیاته شوې وینه د طحال او ځیګر له ذیرمو څخه جبران کیږي.

پوښتنې

1. داوبو له یوه مخزن څخه چې په $16cm$ ارتفاع کې یې د $20cm$ قطر لرونکی سوری واقع دی، په یوې دقیقه کې څومره اوبه بهر کیږي.

ځواب: $333462cm^3$

2. د $8cm$ قطر لرونکي نل څخه په $3\frac{m}{\sec}$ سرعت اوبه بهیږي، نو څومره اوبه ترېنه په یوې ثانیه کې تیریږي.

ځواب: $15072\frac{cm^3}{\sec}$

3. یو نل له دوو برخو څخه جوړ شوی دی. د لومړۍ برخې قطر یې $16cm$ او د دوهمې برخې قطر یې $10cm$ دی، که چیرې $0.8\frac{gr}{Cm^3}$ کثافت لرونکي تیل پکښې وبهیږي، په لومړي برخه کې فشار $1\frac{Kg^*}{Cm^2}$ او د دوو نقطو تر منځ یې د ارتفاع توپیر $2.4m$ وي؛ نو پر دوهمه برخه کې یې فشار په لاس راوړئ که چیرې په هره ثانیه کې له نل څخه $0.081m^3$ تیل تېر شي چې $g=10\frac{m}{Cm^2}$ او $\pi=3$ په پام کې ونیول شي.

ځواب: $412639.84\frac{dyn}{Cm^3}$

4. په یوه افقي نل کې چې مختلفې مقطعې لري، اوبه بهیږي. په هرې ثانیه کې چې له هرې مقطعې څخه څومره اوبه بهیږي ، په لاس راوړئ. که چیرې د مقطعو مساحتونه $S_1=10^{-3}\,m^2$ او $S_2=2\times10^{-3}m^2$ وي. همدارنګه که د فشار سنج د s_1 او s_2 سیمو کې $\Delta h=0.2m$ ارتفاع توپیر وښيي.

ځواب: $2.86\times10\frac{-3}{\sec}$

اتم څپرکی

تودوخه

۸.۱ د تودوخې مفهوم

په ورځني ژوندانه کې د سوړ، تود، شیرګرم(ښوروایي) او سور نومونو سره پېژند ګلوي لرو او ویلای شو چې یو جسم له بل څخه سوړ او یا هم تود دی او هم کولای شو تثبیت کړو، چې آیا دوه جسمونه په مساوي توګه تاوده دي او که یه؟ ! د یوه جسم د تودښت درجې ته د هماغه جسم د تودوخې درجه وایي. که دوه جسمونه چې د تودوخې بېلابېلې درجې ولري، سره ځنګ په ځنګ کښېږدو، نو د یو څه وخت تېرېدلو وروسته د دواړو جسمونو د تودوخې درجه سره یو شان کیږي، یعنې تود جسم خپله یو مقدار تودوخه ساړه جسم ته ورکوي. که چېرې یوه جسم ته تودوخه ورکول شي؛ نو د جسم تودوخې درجه لوړیږي او جسم تودیږي؛ خو که برعکس له یوه جسم څخه تودوخه واخستل شي؛ نو د تودوخې درجه یې رالویږي او خپل مخکیني حالت ته په پام سره سړیږي، د یوه جسم د تودښت مقدار ته د هماغه جسم د تودوخې مقدار وایي. هغه آلې چې د یوه جسم د تودوخې درجه پرې معلومیږي، د ترمامتر په نوم یادیږي او هغه آلې چې د یوه جسم د تودوخې مقدار معلوم ولو لپاره ترینه کار اخستل کیږي، د کالوري متر په نوم یادیږي. د اجسامو زیاتره فزیکي ځانګړنې د تودوخې درجې تابع دي، پردې هم پوهیږو چې د اجسامو ابعاد د تودوخې بدلون له امله بدلون مومي. په عمومي ډول مایع، جامد او غاز جسمونه د تودوخې اغیزې له امله انبساط کوي خو ځینې مواد وربانديې کومه اغېزه نه کوي (انبساط نه ورکوي) مثال په توګه ربړ د تودوخې اغېزې له امله انقباض کوي. د اجسامو درې ګونې حالتونه هم د تودوخې درجې تابع دي، د ساړې په توګه اوبه کولای شي په یخ، اوبو(مایع) او بخار سره ځان راښکاره کړي. دا چې یو جسم څرنګه پر پورته دریو حالتونو کې رابربنډیږي؛ نو دا د جسم تودوخې درجې پورې تړاو لري.

د اجسامو میخانیکي، کیماوي، نوري او برېښنایي ځانګړتیاوي هم د تودوخې درجې پورې تړاو لري. ځکه چې کیماوي، بریښنایي، نوري او میخانیکي انرژي ګانې، د تودوخې تولید په موخه مصرف کیږي او برعکس تودوخیزه انرژي کولای شي، د انرژي په نورو ډولونو واوړي.

په غازونو، مایعاتو او یا جامد اجسامو کې تودوخیزه انرژي په بېلا بیلو شکلونو کې

وجود لري. پوهېږو چې ټول مواد د کوچنيو ذرو (اتومونو او يا ماليکولونو) څخه جوړ شوي دي او دا کوچنۍ ذرې په يوې ماده کې د سکون په حالت کې واقع ندې او په پرله پسې توګه غير منظم حرکتونه ترسره کوي؛ نو ويلای شو چې هره ذره ميخانيکي انرژي لري او ددغې انرژي اصلي چينه د تودوخې انرژي ده، پورتنۍ يادې شوې ذرې په مايعاتو او غازاتو کې حرکي انرژي لري؛ خو په جامداتو کې د دغو ذرو انرژي يوازې اهتزازي انرژي ده.

۸.۲ د تودوخې درجه

مخکې مو د يوه جسم د تودوالي او سوړوالي او يا تودوخې درجې څخه يادونه وکړه. دا چې فزيک د اندازه کولو او پيمايش علم دی نو اړينه ده چې د يوه جسم د تودوخې درجې ټاکلو لپاره يو مقياس ولرو او يو واحد ورته په لاس راوړو. هغه واحد چې د تودوخې درجه وربانديې اندازه کېږي، په کيفي توګه ټاکل شوی دی، دا چې اوبه هغه ماده ده، چې زياتره ترېنه په ورځني ژوند کې ګټه اخستل کېږي؛ نو د تودوخې درجې تعريف لپاره د اوبو له خواصو څخه کار اخلي او د تودوخې درجې د اندازه کولو لپاره آلې جوړوي، که چېرې د هوا فشار ثابت وي؛ نو اوبه د تودوخې په يوې ټاکلې درجې کې منجمد کېږي او همداسې په يوی بلې ټاکلې تودوخې درجې سره په ايشېدلو (غليان) راځي، د تودوخې دغه دوې درجې په ترتيب سره د انجماد او غليان په نومونو يادوي او د نوموړو نقطو څخه د تودوخې درجې په درجه بندي کې ګټه اخستل کېږي.

د تودوخې درجې اندازه کولو لپاره دوه مهم مقياسونه وجود لري چې يو يې سلزيوس($Celsiuse$) يا سانتي ګريد دی، چې په C سره ښودل کېږي او بل يې هم فارنهايت ($Fahrenhit$) دی، چې په F سره ښودل کېږي. د سانتي ګريد په درجه بندی کې يې د اوبو د انجماد نقطه په 760 ملی متر ستون سيماب کې صفر سانتي ګريد درجه$(0^0 C)$ او په پورته فشار کې، يې د اوبو د غليان نقطه سل سانتي ګريد درجه$(100^0 C)$ منلې ده. د صفر او سل درجو تر منځ واټن يې په سل مساوي برخو ويشلی او هره برخه يې يو سانتي ګريد درجه نومول شوې ده او د تودوخې درجې واحد په توګه ټاکل شوې ده. د فارنهايت په درجه بندۍ کې يې د اوبو د انجماد نقطه په يو اتموسفير فشار کې 32 + فارنهايت درجې$(32^0 F)$ او په همدغه فشار کې يې د اوبو غليان نقطه 212 فارنهايت درجې $(212^0 F)$ ټاکلې ده، داسې چې د 32 + او 212 درجو تر

منځ فاصله یې په 180 مساوي برخو وېشلې، چې هرې برخې ته یوه درجه د فارنهایټ وايي. د فارنهایت او سانتي ګرید درجو تر منځ لاندې اړیکه شتون لري.

$$C^0 = \frac{F^0 - 32}{180} 100$$

$$C^0 = \frac{5}{9}\left(F^0 - 32\right) \qquad (1-8)$$

په برعکس ډول سره

$$F^0 = \frac{9}{5}C^0 + 32$$

$$F^0 = 1.8C^0 + 32$$

د تودوخې درجې اندازه کولو لپاره د کالوین په نوم درجه بندۍ څخه هم کار اخلي، پر دغه درجه بندی کې د تودوخې اندازه شوې درجې ته، د کلوین او یا هم د تودوخې مطلقه درجه وايي، چې په T سره ښودل کیږي، پر دغې درجه بندی کې د تودوخې درجې واحد د سانتي ګرید درجه بندۍ ته ورته دی، یعنې د اوبو انجماد او غلیان نقطو تر منځ واټن سل برخې دی؛ خو پر دغه درجه بندی کې د اوبو انجماد نقطه صفر نه وي، بلکه د کلوین 273.15 درجې تعریف شوېده. د کلوین تودوخې درجې ته له دې امله د تودوخې مطلقه صفر درجه وايي، چې صفر یې په طبیعت کې د اجسامو تر ټولو ټیټې درجې سره مطابقت کوي، د تودوخې پر دغې درجه کې د مالیکولونو اهتزازي حرکت دریږي. د کلوین تودوخې درجې T او سانتي ګرید تودوخې درجې t تر منځ اړیکه په لاندې ډول ورکړل شوې ده:

$$t\left(C^0\right) = T\left(k^0\right) - 273.15 \qquad (2-8)$$

د تودوخې درجه د ترمامتر په نوم آلو پواسطه اندازه کیږي، ترمامترونه مختلف ډولونه لري چې د تودوخې درجې اندازه کولو لپاره زیاتره له سیمابي ترمامتر څخه کار اخستل کیږي. سیمابي ترمامتر د (90) شکل په څېر له یوه ښیښه ايي نل څخه جوړ شوی دی، چې په یوه سر کې یې سیماب وجود لري. پدغه ډول ترمامترونو کې د سیمابو د انبساط خاصیت څخه چې د تودوخې درجې په زیاتوالی سره یې کوي کار اخستل شوی دی.

ددغو ترمامترونو د درجه بندۍ لپاره لومړی هغه په اوبو کې چې د یخ ټوټې پکښې موجودې دي، ږدو او په نل کې د سیماب ارتفاع په نښه کوو، بیا ترمامتر په جوش اوبو کې ږدو او دا ځل هم د سیمابو ارتفاع نښاني کوو دغه عملیه باید په 760 ملی متر سیمابو

فشار کې ترسره کړو ،بیا ددغو دواړو نښو تر منځ واټن په سلو مساوي برخو ویشو. دغه تقسیمات له صفر څخه ښکته او له 100 څخه پورته درجو لپاره کولای هم شو چې پرمخ بوځو. دا چې سیماب په ($-39C^0$) تودوخه کې منجمد او په $356.7C^0$ تودوخه کې په بخار اوړي نو سیمابي ترمامترونه کولای شي د ($-39C^0$) او $300C^0$ تر منځ د تودوخې درجې اندازه کړي، که چېرې ددغه ترمامتر ښیښه ایې نل د یوه غاز لکه نایتروجن څخه ډک شي؛ نو پردغه حالت کې د سیمابو غلیان نقطه پورته ځي. دغه ډول ترمامترونه د نایتروجن لرونکي ترمامتر په نوم یادیږي، ددغه ترمامتر پواسطه کولای شو تر $700C^0$ درجو پورې تودوخه اندازه کړو.

مثال: په کابل کې د تودوخې درجه $30C^0$ او په کندز کې $86F^0$ ده، نو کومه سیمه ګرمه ده.

حل:

$$C^0 = \frac{5}{9}\left(F^0 - 32\right)$$

$$= \frac{5}{9}\left(86 - 32\right) = 30C^0$$

په پایله کې د کابل او کندز تودوخې درجې سره مساوي دي.

پوښتنه: $12F^0$ تودوخې درجه په سانتي ګرید واړوئ.

ځواب: $\left(-11.11\right)C^0$

مثال: د $40C^0$ تودوخې درجه په فارنهایت او کلوین واړوئ.

حل:

$$F^0 = 1.8C^0 + 32$$

$$= 1.8 \times 40 + 32$$

$$= 104F^{0\rightarrow}$$

$$T\left(k^0\right) = t\left(C^0\right) + 273$$

$$= 40 + 273 = 313K^0$$

پوښتنه: د $\left(-5C^0\right)$ تودوخې درجه په فارنهایت واړوئ.
ځواب: $23F^0$
مثال- د $220\,K^0$ کلوین تودوخې درجه په سانتي گرید او فارنهایت واړوئ.
حل:

$$t\left(C^0\right) = T\left(K^9\right) - 273$$

$$= 220 - 273$$

$$= -53C^0$$

او:

$$F^0 = 1.8\,t\left(C^0\right) + 32$$

$$= 1.8(-53) + 32$$

$$= -63.4F^0$$

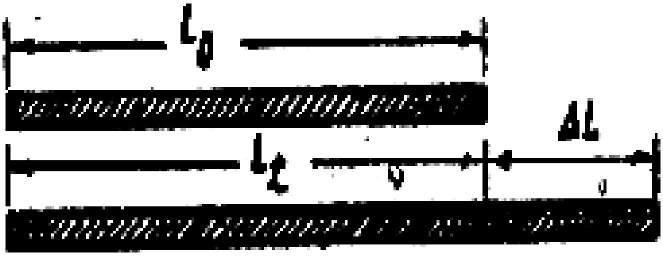
پوښتنه: د $300\,K^0$ تودوخې درجه په سانتي گرید او فارنهایت واړوئ.
ځواب: $80.6^o F\ ,\ 27C^o$

۳.۸ د جامد او مایع اجسامو انبساط

تجربې ښیي؛ چې د تودوخې درجې په زیاتوالي سره اجسام انبساط کوي، یعنې د تودوخې په زیاتوالي سره یې ابعاد او احجام زیاتیږي. په ډېرې آسانی سره ښودلای شو چې که یوه فلزي میله توده کړو اوږدوالی یې زیاتیږي او یا که هغه سړه کړو؛ نو اوږدوالی یې کمیږي او یا که یو مقدار اوبه تودې کړو نو حجم یې زیاتیږي او که چېرې هغه سړې کړو؛ نو حجم یې کمیږي، د انقباض او انبساط په پایله کې داخلي قوې منځته راځي او امکان لري چې د اجسامو د ماتېدلو لامل وگرځي. د مثال په توگه که یو ښیښه ایي نل د څراغ لمبې ته وردننه کړو؛ نو هغه برخه چې د څراغ په لمبه کې وردننه شوې وي، انبساط کوي، او په هغو برخو باندې چې سړې وي او انبساط یې نه وي کړی، فشار واردوي او د ماتېدلو لامل یې گرځي همدا شان که یو سور ښیښه ایې نل سړو اوبو کې وردننه کړو نو د انقباض په صورت کې ښیښه ماتیږي.

۱. د جامد اجسامو انبساط

الف ـ خطي انبساط: لكه ترمخه مو چې وويل د يوې ميلې په اوږدوالي كې د تودوخې درجې په زياتوالي سره بدلون راځي. فرض كړي چې د ميلې اوږدوالی په t_0 تودوخې درجه كې L_0 وي. كه د تودوخې درجه يې t ته لوړه كړو، نو پردې صورت كې يې اوږدوالی د t سره برابر كيږي لكه په (91) شكل كې، نو طولي زياتوالی عبارت دی له:



(91) شكل

تجربې ښيي چې طولي زياتوالی د لومړني اوږدوالی L_0 او همدارنگه د تودوخې درجې بدلون Δt سره مستقيماً متناسب دی؛ نو كولای شو چې وليكو : $\Delta L \approx L_0 \ \Delta t$

او يا : $\Delta L = L_0 \Delta t$

په (3 – 8) اړيكه كې a د خطي انبساط ضريب دی او كولای شو هغه په لاندې ډول لاسته راوړو.

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta t} \left\lfloor \frac{1}{grad} \right\rfloor$$

a د فلزاتو لپاره مختلف قيمتونه لري. په عمومي توگه كولای شو چې د L_t اوږدوالی د لاندې اړيكې پواسطه لاسته راوړو.

$$L_t = L_0 + \Delta L = L_0 + L_0 \Delta t$$

$$L_5 = L_0 (1 + \Delta t) \qquad (4-8)$$

مثال: يوه اوسپنيزه ميله چې $20cm$ اوږدوالی لري، كه په اوړي كې د تودوخې تر ټولو لوړه درجه $(20C^0 -)$ او په ژمي كې د تودوخې تر ټولو ټيټه درجه $50C^0$ په پام كې ونيول شي.

aـ په اوړي كې يې طولي زياتوالی په لاس راوړئ.

bـ په ژمي كې يې طولي تناقص (كموالی) په لاس راوړئ.

c. که چېرې د ميلې د خطي انبساط ضريب $\frac{1}{C^0}$ 17×10^{-6} وي نو په اوړي او ژمي کې يې د اوږدوالي ترمنځ توپير په لاس راوړئ.

حل a:

$$\Delta L_1 = L_0 \Delta t$$
$$= 20m \times 17 \times 10^{-6} \frac{1}{C^0} 50$$
$$= 1.7Cm$$
$$L_1 = L_0 + \Delta L_1$$
$$= 20\,m + 0.017\,m$$
$$= 20.017\,m$$

:b

$$\Delta L_2 = L_0 \alpha \Delta t$$
$$= 20m \times 17 \times 10^{-6} \frac{1}{C^0} \left(-20C^0\right)$$
$$L_2 = L_0 + \Delta L_2 = 20\,m - 0.0068\,m$$
$$= 19.99\,m$$

:c

$$\Delta L = L_1 - L_2 = 20.017 - 19.99$$
$$= 0.027\,m$$

پوښتنه: د يوه بريښنايي مسي مزي اوږدوالی $50m$ دی که چېرې په اوړي کې د تودوخې درجه $40C^0$ او په ژمي کې $\left(-30C^0\right)$ په پام کې ونيول شي. نو په اوړي او ژمي کې د مزي اوږدوالي توپير په لاس راوړئ که چېرې د مس خطي انبساط د تودوخې ضريب $17\times10^{-6}C^0$ وي.

ځواب: $1.0085m$

ب ـ سطحي انبساط: د تودوخې درجې د زياتوالي له امله د جسم سطحه زياتوالی مومي. د سطحي انبساط موندلو لپاره يو مستطيل په پام کې نيسو ، چې په t_0 تودوخې درجه کې يې اوږدوالی a_0 او سور يې b_0 وي. که د تودوخې درجه يې t ته ورسوو ؛ نو پردې صورت کې يې اوږدوالی a_t او عرض (سور) يې b_t کيږي چې د $(8-4)$ اړيکې په شان لرو.

$$a_t = a_0 \left(1+\alpha\,\Delta t\right)$$

$$b_t = b_0 \left(1+\alpha\,\Delta t\right)$$

د پورتنيو اړيکو له ضرب ورسته لرو:

$$a_t\ b_t = a_0\ b_0 \left(1+\alpha\ \Delta t\right)^2$$

$$= a_0\ b_0 \left(!+2\ \alpha\ \Delta t + \left(\alpha\ \Delta t\right)\right)^2$$

دا چې د ياد خطي انبساط ضريب يو کوچنی عدد دی؛ نو له $\alpha^2 \Delta t^2$ حد څخه سترګې پټوو. چې:

$$a_t b_t = a_0 b_0 \left(!+2\alpha\,\Delta t\right) \qquad (5-8)$$

که چېرې په t تودوخې درجه کې، $a_t\ b_t = S_t$ او په t_0 تودوخې درجه کې $a_0\ b_0 = S_0$ د مستطيل مساحت وي. نو پر دغه حالت کې $(8-5)$ اړيکه په لاندې ډول ليکلای شو.

$$S_1 = S_0 \left(1+2\Delta t\right)$$

$2\alpha = r$ د اجسامو سطحي انبساط دی؛ نو:

$$S_t = S_0 \left(!+\gamma\ \Delta t\right) \qquad (6-8)$$

ج ـ حجمي انبساط: د تودوخې درجې په زياتېدلو سره د يوه جسم حجم هم زياتيږي. د يوه جسم د حجمي انبساط معلومولو لپاره هم له خطي انبساط ضريب څخه کار اخلو ددې کار لپاره يو جسم د مکعب مستطيل شکل سره په پام کې نيسو ؛ چې په t_0 تودوخې درجه کې يې اوږدوالی a_0 ، سور يې b_0 او ارتفاع يې c_0 وي. که چېرې په ورکړل شوې تودوخې درجه کې يې تودوخه $t - t_0 = \Delta t$ تغير ومومي، نو ابعاد يې په ترتيب سره عبارت دي:

$$a_t = a_0\left(!+\alpha\ \Delta t\right)$$

$$b_t = b_0\left(1+\alpha\,\Delta t\right)$$

$$c_t = c_0\left(1+\alpha\,\Delta t\right)$$

که چېرې دا درې واړه اړیکې طرف په طرف سره ضرب کړو؛ نو لرو:

$$a_t\ b_t\ c_t = a_0\ b_0\ c_0\left(1+\alpha\,\Delta t\right)^3$$

که چېرې $V_0 = a_0\ b_0\ c_0$ د دغه مکعب مستطیل حجم په t_0 تودوخې درجه کې وي نو په t تودوخې کې یې حجم $V_t = a_t\ b_t\ c_t$ کېږي نو پدغه حالت کې له پورته اړیکې څخه لرو:

$$V_t = V_0\left(1+\alpha\,\Delta t\right)^3$$

او یا:

$$V_t = V_0\left[1+3\alpha\ \Delta t+3\alpha^2\left(\Delta T\right)^2+\left(\alpha\,\Delta T\right)^3\right]$$

دلته هم دا چې a ډېره کوچنۍ ده؛ نو د a^2 او a^3 حدونو څخه سترګې پټولای شو او لرو:

$$V_t = V_0\left(1+3\alpha\,\Delta t\right)$$

$3\alpha = \beta$ د حجمي انبساط ضریب نومېږي؛ نو:

$$V_t = V_0\left(1+\beta\,\Delta t\right) \qquad (7-8)$$

2. د مایعاتو انبساط: په مایعاتو کې د حجمي انبساط ضریب خورا مهم رول لوبوي. د مایعاتو حجمي انبساط ضریب د جامد اجسامو حجمي انبساط ضریب په پرتله لوی دی. مایعاتو کې د حجمي انبساط ضریب موندلو لپاره یوه ستونزه پرته ده، هغه هم دا چې د مایع انبساط سره هم مهاله لوښی هم انبساط کوي، نو هغه څه چې مونږ ته د لیدلو وړ دي د لوښي او مایع د انبساط توپیر دی، خو دا ستونزه کولای شو د مایع کثافت اندازه کولو پواسطه حل کړو. دا چې د مایع کتله د تودوخې اغېزې له امله بدلون نکوي؛ نو لرو:

$$m_t = m_0$$

او یا:

$$\rho_t\,V_t = \rho_0\,V_0 \qquad (8-8)$$

که له $(7-8)$ اړیکې څخه د V_t قیمت په $(9-8)$ کې کېنږدو؛ نو لرو:

$$\rho_t\,V_0\left(1+\beta\,\Delta t\right) = \rho_0\,V_0$$

او یا:

$$\rho_t = \frac{\rho_0}{1+\beta\,\Delta t}$$

له دغې اړیکې څخه د β قیمت عبارت دی له:

$$\beta = \frac{\rho_{0-} - \rho_t}{\rho_0\ \Delta t}$$

مثال۱: پـه صفر درجې سانتي گريد تودوخه کې، د سيماب کثافت $13.57\frac{gr}{Cm^3}$ دی؛ نـو $100C^0$ کـې يـې کثافـت پـه لاس راوړئ، کـه چېـرې د سـيمابو حجمـي انبسـاط ضـريب $1180.2\times10^{-5}/c^o$ وي.

حل:

$$\rho=\frac{\rho_0}{1+\beta\,\Delta t}=\frac{13.57\,{}^{gr}\!/_{cm}}{1+0.01802}=\frac{13.57}{1.01802}$$

$$=\frac{13.57\,\frac{gr}{Cm^3}}{1180.2\times10^{-5}\,\frac{1}{C^0}\,(100-0)C^0}$$

$$=11.5\frac{gr}{Cm^3}$$

پوښتنه. په $20C^0$ تودوخه کې د سروزرو کثافت $19.7\frac{gr}{Cm^3}$ دی که چېرې د سروزرو خطي انبساط ضريب $14.3\times10^{-6}\frac{1}{C^0}$وي نو پر $90C^0$ کې يې کثافت په لاس راوړئ.

ځواب: $16.64\frac{gr}{Cm^3}$

۴.۸ د غازاتو انبساط

د هر سيال (غاز او مـايع) فزيکي حالـت کـولای شـو د فشـار، حجم او تـودوخې درجې پواسطه تعين کړو. که چېرې د مايع معينه شرايط بدلون وکړي؛ نو پـر دغـه صـورت کې سيال په غاز حالت اوړي او د تام غاز يا *Ideal* غاز په نوم يادېږي. حقيقي غازونـه د تـام غازونو شرايط په ټيټ فشار او په لوړې تودوخې درجه کې رينښتيني کوي. د تـام غـازونو لپاره د فشار، حجم او تودوخې درجې متحولين سره ارتباط لري؛ دا ارتبـاط کـولای شـو په لاندې ډول راوړو.

الف. د بایل ماریوت قانون $(Boyle - Mariotte)$

دغه قانون په ثابتې تودوخې درجې کښې د فشار او حجم تر منځ اړیکه ښیي. که چېرې د تودوخې درجه ثابته وساتل شي، د غاز یوه معین مقدار حجم بدلون له فشار سره معکوساً متناسب دی؛ نو د p فشار او v حجم د ضرب حاصل ثابت دی. یعنې:

$PV = Const$

په عمومي ډول لیکلای شو: $P_1 V_1 = P_2 V_2$

P_1 او V_1 د غاز لومړنی حجم او فشار او P_2. V_2 د غاز دویمي حجم او فشار دي.

مثال: د غاز فشار $408 \frac{gr^*}{cm^2}$ او حجم یې $20\ cm^3$ دی. که چېرې د غاز حجم $15\ cm^3$ وي نو د غاز فشار په لاس راوړئ؛ که د تودوخې درجه ثابته وي.

حل:

$$P_1\ V_1 = P_2\ V_2$$

$$P_2 = \frac{P_1\ V_1}{V_2}$$

$$= \frac{408 \frac{gr^*}{cm^2} \times 20\ cm^3}{15\ cm^3}$$

$$= 544 \frac{gr^*}{cm^2}$$

ب. د چارلس قانون $(Charles)$

دغه قانون په ثابت فشار کې د حجم او تودوخې درجې تر منځ اړیکه ښیې؛ که چېرې د یوه معین مقدار تام غاز فشار ثابت وساتل شي نو د نوموړي غاز حجم، د یو سانتي گرید تودوخې درجې په زیاتوالي سره د خپل لومړني حجم $\frac{1}{273}$ برخې انبساط کوي او برعکس د یو سانتي گرید تودوخې درجې په کموالي سره د خپل لومړني حجم په اندازې $\frac{1}{273}$ برخې سره تناقص کوي؛ نو د حجم او تودوخې درجې تر منځ که چېرې فشار P ثابت وي لاندې اړیکه وجود لري.

$$V_t = V_0\left(1+\frac{1}{273}t\right) = \frac{V_0}{273}(273+t) = K_1\,T$$

پداسې حال کې چې V_0 په صفر سانتي ګريد درجه کې د غاز حجم او په t سانتي ګريد درجه کې د غاز حجم V_t دی او $K_1 = \frac{V_0}{273}$ يو ثابت دی. يا هم په بل عبارت په ثابت فشار کې د تام غاز حجم د تودوخې مطلقه درجې سره مستقيماً متناسب دی؛ يعنې:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

پداسې حال کې چې V_1 او V_2 په لومړي او دوهم حالت کې د غاز حجمونه او T_1 ، T_2 په لومړي او دوهم حالت کې د غاز د تودوخې مطلقه درجې دي.

مثال ـ په $5\,C^0$ کې د يو مقدار اکسيجن حجم $20\,cm^3$ دی؛ په 30^0 کې يې حجم په لاس راوړئ.

حل ـ

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$V_2 = \frac{V_1\,T_2}{T_1} = \frac{20\,cm^3(30+273)K^0}{(5+273)K^0}$$

$$= \frac{20\,(303)}{278} = 22\,cm^3$$

ج. د ګيلوساک قانون $(Qay-Lussac)$

دغه قانون په ثابت حجم کې د فشار او تودوخې درجې تر منځ اړيکه ښيې. که چېرې د يو مقدار تام غاز حجم ثابت وي؛ نو د نوموړي غاز فشار د يو درجې سانتي ګريد تودوخې په زياتوالي سره د خپل لومړني فشار څخه $\frac{1}{273}$ برخې زياتيږي او برعکس؛ د يو سانتي ګريد تودوخې درجې په ښکته راتللو سره يې فشار د خپل لومړني فشار څخه $\frac{1}{273}$ برخې تناقص کوي.

که چېرې په صفر سانتي ګرېډ تودوخه کې د غاز فشار p_0 او په t سانتي ګرېډ تودوخې درجه کې يې فشار p_t وي نو په ثابت حجم کې د فشار او تودوخې درجې تر منځ اړيکه عبارت ده له:

$$P_t = P_0\left(1+\frac{1}{273}t\right) = \frac{P_0}{273}\left(273+t\right) = K_2\ T$$

يا هم په بل عبارت په ثابت حجم کې د يو مقدار تام غاز د فشار بدلون د مطلقه تودوخې درجې سره مستقيماً متناسب دی. نو لرو:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

پداسې حال کې چې p_1 او p_2 د غاز فشار او T_1 او T_2 د تودوخې مطلقه درجې دي.

مثال- يو لوښي په $0\,C^0$ تودوخه او $12\,atm$ فشار کې، يو مقدار CO_2 لري، که چېرې د تودوخې درجه $100\,C^0$ ته لوړه شي؛ نو د غاز فشار معلوم کړئ.

حل:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$P_2 = \frac{P_1\ T_2}{T_1} = \frac{12\ atm\left(100+273\right)K^0}{\left(0+273\right)K^0}$$

$$= 16.39\ atm$$

د. د غازاتو عمومي قانون

د پورته دريو قوانينو څخه کولای شو له دوو قانونو څخه يې د غازاتو عمومي قانون په لاس راوړو. که چېرې ټول ممکنه بدلونونه په پام کې ونيول شي. د مثال په توګه د چارلس او کيلوساک قوانينو څخه لاندې معادله لاسته راځي:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

له بل لورې پوهېږو چې د غاز کتله د تودوخې اغېزې له امله بدلون نکوي؛ نو $m_1 = m_2$ او يا:

$$m_1 = V_1\ \rho_1 \quad , \qquad m_2 = V_2\ \rho_2$$

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} \qquad , \qquad V_2 = \frac{m_2}{\rho_2}$$

که چېرې د V_1 او V_2 قيمتونه پورتنۍ اړيکو کې کېنږدو نو لرلای شو چې:

$$\frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2}$$

په داسې حال کې چې په T_1 او T_2 درجو کې ρ_1 او ρ_2 د غاز کثافتونه دي، دغه رابطه ښيي چې د يوه غاز معين مقدار کثافت د نومورې غاز له فشار سره مستقيماً متناسب دی.

مثال: يو لوښی چې په $20\ C^0$ تودوخه او $760\,mmHg$ فشار کې $40\ cm^3$ غاز ځايولای شي؛ د کېږي نو حجم يې په $50\ C^0$ تودوخه او $100\,mmHg$ فشار کې په لاس راوړئ.

حل:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$V_2 = \frac{P_1 V_1 T_2}{P_2 T_1}$$

$$= \frac{760\,mm\ 40\,cm^3 (273+50)K^0}{100\,mm\ (20+273)K^0}$$

$$= \frac{30400(323)}{100(293)} = \frac{9819200}{29300} = 335\ cm^3$$

مثال: په معياري شرايطو يعنې $0\ C^0$ او $760\,mmHg$ فشار کې د نايتروجن کثافت $12.5\frac{gr}{cm^3}$ دی؛ کثافت يې په $42\ C^0$ او $130\,mm$ فشار کې په لاس راوړئ.

حل:

$$\frac{P_1}{T_1\ \rho_1} = \frac{P_2}{T_2\ \rho_2}$$

$$\rho_2 = \frac{P_2\ T_1\ \rho_1}{P_1\ T_2}$$

$$\rho_2 = \frac{130\,mm\,(273+0)K^0\;12.5\frac{gr}{lit}}{(273+42)K^0.760} = \frac{443625}{239400}$$

$$= 1.85\frac{gr}{lit}$$

هـ . د غاز حالت معادله

په $V_t = V_0\left(1+\frac{1}{273}t\right)$ اړیکه کې $\frac{1}{273}=\beta$ د غاز حجمي انبساط ضریب دی او V_0 په صفر سانتي گريد درجه کې د غاز حجم دی. مخکې مو هم وويل چې که چېرې يو غاز يو سانتي گريد درجه سوړشي؛ نو د V_0 حجم څخه د $\frac{1}{273}V_0$ په اندازاې کميږي. که چېرې دتودوخې درجه $(-273C^0)$ پورې ورسيږي؛ نو په پورته اړیکه کې $V_t = 0$ کيږي. يعنې په $(-273C^0)$ کې د یوتام غازحجم له صفر سره مساوي کيږي. نو پوهيږو چې له $(-273C^0)$ څخه د تودوخې ټيټه درجه وجود نلري؛ له همدې امله دغې نقطې ته د مطلق صفر نوم ورکوي. د تودوخې درجه بندی،صفري نقطه يې د اوبو د انجماد له نقطې څخه مطلقه صفر يعني (-273^0c) ته ليږدولې ده؛ نو د تودخې هغه درجه چې صفري نقطه يې (-273^0c) ټاکل شوې ده، مطلقه تودوخه نوميږي. دا چې د غاز يو مقدار په يوې معينه tc^0 تودوخې درجه کې د بايل ماريوت مختلفو فشارونو لپاره ريښتني دی؛ يعنې:

$$P\;V = P_1\;V_1$$

دلته p_1 عادي فشار، يعنې 760 $Torr$ ده او V_1 په عادي فشار او tc^0 تودوخې درجه کې د غاز حجم دی. د چارلس قانون څخه په گټې اخستنې سره پورته اړيکه لاندې شکل غوره کوي.

$$PV = P_1V_0\left(1+\frac{1}{273}t\right)$$

$$= P_1V_0\beta T$$

له دې ځايه:

$$\frac{P\,V}{T} = P_t\;V_0\;\beta \qquad (9-8)$$

د $(8-9)$ معادلې ښي لوري يو ثابت كميت دی او زياتره وخت د V_0 پرځای د غاز مول حجم كاروي د غاز مول هغه حجم دی چې يو مول غاز يې په $760Torr$ فشار او oc^0 تودوخې درجه كښې لري او په V_M^0 ښودل كيږي. په عادي شرايطو كې د غاز مول حجم $22{,}412lit$ كيږي، د ټولو غازاتو لپاره د $P_1\,V_M^0\,\beta$ ضرب حاصل مول ثابت دی او په R ښودل كيږي.

نو د يوه كيفي غاز د يوه ډول لپاره لاندې اړيكه ليكلای شو.

$$P\,V_M = R\,T \qquad (10-8)$$

$(10-8)$ اړيكه د تام حالت غازونو معادله نوميږي؛ كه چېرې د يو غاز n مول په پام كې ونيسو ، نو دغه n مول غاز حجم مساوي كيږي په: $V = n\,V_M$ په پايله كې $(10-8)$ اړيكه په لاندې بڼه اوړي. $V = n\,V_M$

R د غازاتو ثابت په نوم ياديږي، چې قيمت يې عبارت دی له:

$$R = 9.314\times10^7\ \frac{erg}{mole\ grad}$$

$$= 0.0821\frac{lit\ \ atm}{mole\ K^0}$$

كه چېرې حقيقي غازونه په پام كې ونيسو ، د حالت معادله يې كولای شو په لاندې ډول وليكو:

$$\left(P+\frac{a}{V_M^2}\right)(V_M - b) = R\,T$$

دلته V_M د مول حجم دی او b, a ثابتونه دي، چې د هر غاز دپاره بېلابېل قيمتونه لري.

مثال ـ د ميتان (CH_4) غاز په، $20c^0$ او $5\,atm$ فشار كې څومره كثافت لري، كه د ميتان ماليكولي وزن $16\dfrac{gr}{mol}$ وي.

حل:

$$P\,V = n\,R\,T = \frac{m}{M}\,R\,T$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{P\,M}{R\,T}$$

$$= \frac{5\,atm\,16\,\frac{gr}{mol}}{0.0821\frac{lit\ atm}{mol\ K^0}\,293K^0} = \frac{80}{24.0553}$$

$$= 3.33\frac{gr}{lit}$$

مثال- د غاز حالت معادله يعنې $pv = nRT$ وکاروئ، که چېرې $R = 0.0821\frac{lit\ atm}{mol\ K^0}$ د غاز تودوخې درجه $18c^0$، فشاري $765mm$ ، حجم يې $1{,}29lit$ او کتله يې $271gr$ وي؛ نو دغاز ماليکولي وزن په لاس راوړئ.

حل:

$$P\,V = n\,R\,T = \frac{m}{M}\,R\,T$$

$$M = \frac{m\,R\,T}{P\,V} = \frac{2.71gr\ 0.0821\frac{lit\ atm}{mol\ K^0}\,291K^0}{\frac{765}{760}\,atm\,1.29\,lit} = \frac{64.75}{1.298}$$

$$= 50\,\frac{gr}{mol}$$

۵.۸ د تودخې مقدار او ځانګړې (مخصوصه) تودوخه

مخکې مو ولوستل چې تودوخه يو ډول انرژي ده، په يوه جسم کې د شته تودخې انرژي مقدار ته دهماغه جسم تودوخې مقدار وايي. د تودوخې مقدار واحد له کالوري $(colory)$ څخه عبارت دی، يو کالوري هغه مقدار تودوخه ده چې د يو ګرام خالصو اوبو

د تودوخې درجه يوه درجه سانتي ګريد لوړه کړي. د مثال په توګه له $14.5c^0$ څخه تر $15.5c^0$ پورې. د تودوخې مقدار تر ټولو لوی واحد کيلوکالوري $kcal$ دی. چې:

$$1\,Kcal = 10^3\ Cal$$

الف. ځانګړې تودوخه

ديوه جسم ځانګړې تودوخه هغه مقدار تودوخه ده چې د يو ګرام تودوخې درجه يې يو سانتي ګريد درجه لوړه کړي. مخصوصه تودوخه په C ښودل کيږي او د مخصوصې تودوخې واحد يې $\frac{cal}{gr.grad}$ دی.

ب. تودوخيز ظرفيت او يا ابي معادل

د يوه جسم تودخيز ظرفيت هغه مقدار تودوخه ده چې د يوه جسم د تودوخې درجه يې يو سانتي ګريد درجه پورته کړي او زياتره په W سره ښودل کيږي. په عمومي ډول د ځانګړې تودوخې او د جسم کتلې ضرب حاصل ته تودخيز ظرفيت وايي؛ يعنې:

$$W = mC$$

د تودوخيز ظرفيت واحد $\frac{cal}{grad}$ دی.

ددې لپاره چې د يوه جسم m ګرام کتلې د تودوخې درجه له t_1 تر t_2 پورې پورته کړو؛ نو $Q = mc((t_2 - t_1)$ تودوخې مقدار ته اړتيا پيښيږي.

2. مول تودوخه

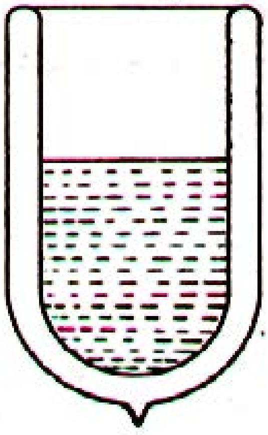
د يوې مادې مول تودوخه له هغې مقدار تودوخې څخه عبارت ده، چې د هماغې مادې د يو مول تودوخې درجه يو سانتي ګريد درجه لوړه کړي. شمېرې ښکاره کوي چې مول تودوخه د هماغې مادې د ځانګړې تودخې او ماليکولي وزن ضرب حاصل سره مساوي ده. که چېرې مول تودوخه په D او د مادې ماليکولي وزن په M وښيو نو لرو:

$$D = MC$$

که يو کيمياوي عنصر په پام کې ونيسو نو مول تودوخه يې د ځانګړې تودوخې او اتومي وزن له ضرب حاصل سره مساوي ده يعنې $D = CA$؛ دغې رابطه کې A د عنصر اتومي وزن دی.

هغه آلې چې د تودوخې مقدار اندازه کولو لپاره ترينه ګټه اخستل کيږي د کالوري متر

په نوم یادیږي، چې ترټولو ساده یې د اوبو کالوري متر دی دغه آله له یوې فلزي میلې څخه جوړه شوېده او په منځ کې یې اوبه اچوي. د دې لپاره چې د بهرني چاپیریال سره د تودوخې راکړه ورکړه ترسره نشي نو دغه محفظه پر دوهمه محفظه کې ږدي، د دغو دواړو محفظو ترمنځ تشه فضا د تودوخې عایق مادې د مثال په توګه پنبې څخه ډکوي. په (92) شکل کې یو کالوري متر ښودل شوی دی.



(92) شکل

د دې لپاره چې د یوه جسم مخصوصه تودوخه تعین کړو نو له کالوري متر څخه ګټه اخلو. لومړی د کالوري متر په منځ کې m_1 ګرام اوبه، چې د t_1 تودوخې درجه او د c_1 مخصوصه تودوخه لري؛ اچوو. که د کالوري متر کتله m_2 او مخصوصه تودوخه یې c_2 وي؛ نو اوس د جسم تودوخې درجه چې مخصوصه تودوخه یې c ورکړل شوي وي، تر t_2 تودخې درجې پورې لوړه وو. د دې موخې لپاره جسم د ایشیدلو اوبو لرونکي لوښی کې ږدو، بیا جسم د ایشیدلو اوبو لرونکي لوښي څخه راکاږو او بیا یې په کالوري متر کې ور دننه کوو، له یو څه وخت وروسته د تودوخې درجې یو شان کیږي، فرضوو چې د اوبو او کالوري متر د تودوخې درجې د $t - t_1$ په اندازه پورته تللې دي؛ نو د تود جسم څخه د اوبو او کالوري متر پواسطه اخستل شوي تودوخې مقدار مساوي کیږي په:

$$Q_1 = (C_1 m_1 + C_2 m_2)(t - t_1)$$

همدارنګه د جسم تودوخې درجه له t_2 څخه t ته رالویږي؛ نو هغه مقدار تودوخه چې جسم یې له لاسه ورکوي عبارت ده له:

$$Q_2 = C\,m(t_2 - t)$$

څرنګه چې $Q_1 = Q_2$ دی، نو لرو چې:

او يا
$$m\,C\left(t_2 - t\right) = \left(m_1\,C_1 + m_2\,C_2\right)\left(t - t_1\right)$$

له دې ځایه مومو:
$$C = \frac{\left(C_1\,m_1 + C_2\,m_2\right)\left(t - t_1\right)}{m\left(t_2 - t\right)}$$

په دغې اړیکه کې c_1 د اوبو مخصوصه تودوخه ده او قیمت یې $\frac{cal}{gr.grad}$ دی.

د غازاتو ځانګړې تودوخه

یو شمیر تجربو ښودلې ده چې که غاز ته تودوخه ورکړو او حجم یې ثابت وساتل شي؛ نو د غاز فشار زیاتیږي او معکوساً که چېرې د غاز فشار ثابت وساتل شي؛ نو حجم یې زیاتیږي؛ نو غازات دوه ډوله ځانګړې تودوخه لري.

چې یوه یې په ثابت فشار کې د غازاتو ځانګړې تودوخه C_p او بله یې په ثابت حجم کې ځانګړې تودوخه C_V ده. په ثابت فشار کې د غازاتو ځانګړې تودوخه له هغه مقدار تودوخې څخه عبارت ده چې په ثابت فشار کې د یو ګرام غاز د تودوخې درجه یو سانتي ګرید درجې لوړه کړي. په ثابت حجم کې ځانګړې تودوخه Cv د هغې مقدار تودوخې څخه عبارت ده، چې په ثابت حجم کې، د یو ګرام غاز د تودوخې درجه یو سانتي ګرید درجې پورته کړي. په ثابت فشار کې د غازاتو ځانګړې تودوخه په ثابت حجم کې د غازاتو ځانګړې تودوخې څخه تل لویه وي؛ نو:

$$C_p - C_V = \frac{R}{M}$$

په داسې حال کې چې R د غازاتو ثابت او M د غاز مالیکولي وزن دی د هلیوم نیون او نورو مونو(یو) اتومي غازونو لپاره

$$C_P = 5\frac{Cal}{mol\,grad} \quad , \quad C_V = 3\frac{Cal}{mol\,grad}$$

کیږي چې دلته:
$$\frac{C_P}{C_V} = 1.66$$

کیږي او د دوه ای(دوو) اتومي غازونو لکه CO, N_2, O_2, H_2 وغیره لپاره لرو:

$$C_P = 7\frac{Cal}{mol\,grad} \quad , \quad C_V = 5\frac{Cal}{mol\,grad}$$

له دې ځایه:
$$\frac{C_P}{C_V} = 1.40$$

په همدې ډول د دريو اتومه او يا هم څو اتومه غازونو لپاره لرو:

$$C_P = 8\frac{Cal}{mol\, grad} \quad , \quad C_V = 6\frac{Cal}{mol\, grad}$$

له دې ځايه: $\frac{C_P}{C_V} = 1.67$

مثال: څومره کالوري تودوخې مقدار ته اړتيا ده، ترڅو د $100gr$ مسو تودوخې درجه له $10c^0$ څخه $100c^0$ ته ورسوي، که چېرې د مسو ځانګړې تودوخه $0.093\frac{cal}{gr\ C^0}$ وي.

حل:

$$Q = m\,C\left(t_2 - t_1\right)$$

$$Q = 100\,gr\ 0.093\frac{cal}{gr\ C^0}\left(100 - 10\right)C^0$$

$$= 837\,cal$$

مثال: که چېرې $90gr$ سيماب د $100c^0$ تودوخې درجې په لرلو سره $100gr$ اوبو سره چې $20c^0$ تودوخې درجه لري، مخلوط شي، د تودوخې تعادل درجه $22.3\ C^0$ کيږي، د سيمابو ځانګړې تودوخه په لاس راوړئ.

حل: که چيرې Q_1 د تودوخې هغه مقدار وي چې سيماب يې له لاسه ورکوي؛ نو:

$$Q_1 = m_1 C_1\left(t_1 - t\right)$$

$$= 90\,gr\ C_1\left(100 - 22.3\right)C^0$$
$$= 6993\,C_1$$

که Q_2 هغه د تودوخې مقدار وي، چې اوبه يې اخلې؛ نو:

$$Q_2 = m_2 C_2\left(t - t_2\right)$$

$$= 100\,gr\ 1\frac{cal}{gr\ C^0}\left(22.3 - 20\right)C^0$$

$$= 230\,cal$$

څرنګه چې $Q_1 = Q_2$ کيږي؛ نو:

$$6993\,C_1 = 230$$

$$C_1 = 0.033\frac{cal}{gr\,C^0}$$

مثال ـ د یوه کالوري متر تودوخیز ظرفیت $400\frac{cal}{grad}$ او د تودوخې درجه یې $11.5c^0$ ده؛ یوه مسي گلوله چې $800gr$ کتله او $0.09\frac{cal}{gr.\,C^0}$ ځانگړي تودوخه لري پکښې اچوو، نو د تودوخې د تعادل درجه یې $25c^0$ کیږي؛ د مسي گلولې د تودوخې لومړۍ درجه په لاس راوړئ.

حل:

$$Q_1 = W(t - t_1)$$

$$Q_2 = m\,C\,(t_2 - t)$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$400\frac{cal}{C^0}(25 - 11.5)C^0 = 800\,gr\;0.09\frac{cal}{gr\,C^0}(t_2 - 25)$$

$$5400 = 72t - 1800$$

$$7200 = 72t$$

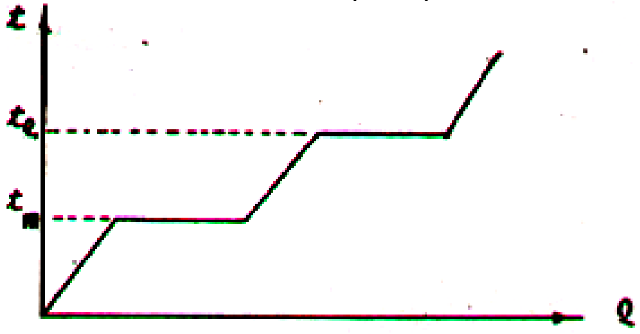
$$t_2 = 100\,C^0$$

۸.۲ د اجسامو حالت بدلون

د اجسامو حالت بدلون باندې پوهیدلو لپاره اوبه چې یوه کیمیاوي ماده ده په پام کې نیسو، پوهیږو ! چې اوبه په طبیعت کې په جامد (یخ)، مایع (اوبه) او غاز (اوبوبخار) حالت کې وجود لري. که چیرې د یخ یوې ټوټې ته تودوخه ورکړو ؛ نو په اوبو اوړي خو که برعکس اوبه په پوره اندازې سره سړې کړو نو په یخ اوړي، که چیرې اوبو ته تودوخه ورکړو نو اوبه په ایشدلو راځي او په بخار تبدیلیږي، د ایشیدلو په ټوله موده کې داوبو

د تودوخې درجه ثابته پاته کيږي، که چېرې د اوبو بخار سوړ کړو؛ نو په مايع تبديليږي، هغه څه مو چې د اوبو په هکله ولوستل د ټولو اجسامو لپاره د منلو وړدي، يعنې که يوه جامد جسم ته تودوخه ورکړو؛ نو د تودوخې په يوې ټاکلې درجه کې په ويلې (ذوب) کيدلو پيل کوي. که چيرې دغه ويلې شوی جسم بيرته سوړ کړو؛ نو د تودوخې په هماغې درجې کې منجمد کيږي.

ذوب او انجماد د تودوخې په يوه درجه کې په يو جسم کې پيښيږي، چې د ذوبان او انجماد په نومونو يادېږي، که چيرې مايعاتو ته تودوخه ورکول شي؛ نو په بخارحالت اوړي، دغه عمليه هغه مهال چټکه کيږي چې تودوخې درجه لوړه وي. له مايع څخه د غاز حالت ته بدلون تبخير (*Evaporation*) نوميږي. د تودوخې هغه درجه چې مايع پکښې په ايشيدلو پيل کوي د غليان تودوخې درجه نوميږي او دغې نقطې ته د غليان نقطه وايي. د غليان معکوسې عمليې ته ميعان (*condensation*) وايي، ځينې جامد جسمونه د تودوخې درجې په زياتوالي سره پرته له دې چې په مايع تبديل شي، په مستقيمه توګه په غاز اوړي چې دغې عمليې ته بيا تصعيد (*Sulinaiton*) وايي. په (93) شکل کې د يوه جامد کرستلي جسم د تودوخې درجې بدلون د ګراف په بڼه ښودل شوی دی.



(93) شکل

چې افقي جهت يې جسم ته د تودوخې مقدار او عمودی جهت يې د جسم تودوخې درجه ښيي. که چېرې په يوه معين فشار کې جامد جسم ته تودوخه ورکول شي؛ نو پر دغه صورت کې د جسم تودوخې درجه لوړيږي او د t_m په يوې ځانګړې تودوخې درجه کې نوموړی جسم په ويلې کيدلو پيل کوي، له همدې شيبې وروسته د جسم تودوخې درجه (دجسم د ويلې کيدلو تودوخې درجه) ثابته پاته کيږي، ترڅو چې ټول جامد جسم ويلې شوی نه وي، د تودوخې درجه يې زياتوالی نه مومي. وروسته که چېرې د جسم تودوخې ورکولو ته دوام

ورکړو، په يوې ټاکلې تودوخې درجه کې نوموړی مايع په ايشيدلو پيل کوي او له دې شيبې وروسته د مايع تودوخې درجه ثابته پاتې کيږي، ترڅو چې مايع په بخار واوړي، د تودوخې دغه درجه د غليان په نوم يادېږي، که چېرې عمليه په معکوس ډول تر سره کړو؛ نو لومړی بخار په مايع اوړي چې معيان نوميږي او بيا جسم منجمد کيږي.

۱. د يوه جسم ويلې کېدل

جامد اجسام له يو ډول ماليکولونو څخه جوړ شوي دي او د يوې شبکې په بڼه ديو او بل په څنگ کې، په منظم ډول پراته وي. يعنې هر ماليکول په يوه ټاکلې ځای کې واقع وي. ويل کيږي د هرو دو ماليکولونو ترمنځ جاذبې قوې وجود لري؛ نو ماليکولونه نشي کولای چې دا ټاکلی موقعيت پريږدي؛ خو کولای شي چې د دغه ټاکلي موقعيت په شاوخوا په يوه کيفي جهت اهتزاز وکړي؛ نو له همدې کبله يو ماليکول دوه ډوله انرژي لري.

الف. پوتانسيلي انرژي: دغه انرژي له هغې انرژي څخه عبارت ده چې د شبکه يي موقعيت څخه د يوه ماليکول بې ځايه کولو کې مصرفيږي او دا له هغه کار سره مساوي ده چې د شبکه يي موقعيت څخه يې د يوه ماليکول بې ځايه کولو لپاره د مجاور ماليکولونو د جاذبې قوو په مقابل کې تر سره کيږي.

ب. حرکي انرژي: دا انرژي له هغې انرژي څخه عبارت ده چې د ماليکولونو په اهتزازي حرکت کې موجوده ده. که جامد جسم ته تودوخه ورکول شي نو نوموړی جسم تودیږي او په همدې ډول د تعادل نقطې پر شاوخوا يې د ماليکول حرکي انرژي زياتيږي، که چيرې جسم ته په پرله پسې ډول تودوخه ور زياته شي؛ نو د ماليکولونو اهتزازي حرکت دومره چټک کيږي چې په شبکه يي موقعيت کې د ماليکول ساتلو لپاره جاذبه ماليکولي قوې ورته بسنه نکوي.

او په پايله کې د جامد جسم شبکه ايې جوړښت کې گډوډي منځته راځي او د نوموړي جسم ماليکولونه په خپل اصلي موقعيت کې نه پاته کيږي او هر يو يې په يوه کيفي مسير کې حرکت ته دوام ورکوي. دغه پېښه ديوه جامد جسم د ذوب څرنگوالی تشريح کوي، د ذوب عمليې پر مهال د هوا د تودوخې درجه کې کوم بدلون نه راځي، هغه مقدار تودوخه چې د ذوب عمليې پر مهال جسم ته ورکول کيږي، په نوموړي جسم کې د تودوخې درجې زياتوالي په بڼه نه را ښکاريږي يعنې که چېرې وغواړو يو جامد جسم

ويلې کړو نو بايد يو مقدار تودوخه مصرف کړو، د يوه جسم د ذوبان تودوخه هغه مقدار تودوخه ده، چې د هماغه جسم د کتلې واحد ته بايد ورکول شي، ترڅو ياد جسم له جامد شکل څخه مايع ته واوړي. برعکس که چېرې وغواړو د کتلې يو واحد منجمد کړو؛ نو همدا مقدار تودوخه آزادېږي. د يو مايع جسم د انجماد عمليې پر مهال که څه هم چې جسم خپل تودوخه په پرله پسې توګه له لاسه ورکوي؛ خو د تودوخې درجه يې ثابته پاتې کېږي او دا مقدار تودوخه چې آزادېږي، د نوموړي جسم د ذوبان تودوخې له مقدار سره مساوي ده.

د يوه جسم د ذوبان (ويلې کېدلو) تودوخه په بيلابيلو طريقو ټاکل کېږي. د مثال په توګه د يخ تودوخې درجې ټاکلو لپاره له يوه آبي کالوري متر څخه کار اخلو. د دې لپاره m ګرام وچ يخ، چې د صفر سانتي ګريد د تودوخې درجه لري په يوه کالوري متر کې چې د m_1 ګرام اوبو د تودوخې درجه يې $t_1 c^0$ ده، اچوو؛ کله چې نوموړی يخ اوبه شي نو د اوبو تودوخې درجې تناقص اندازه کوو. که چېرې د کالوري متر تودخيز ظرفيت W او د تودوخې تعادل درجه يې په tc^0 سره ونيسو؛ نو هغه مقدار تودوخه چې يخ يې اخلي کولای شو پر دو برخو وويشو، يوه يې هغه برخه تودوخه ده چې يخ په مايع اړوي او بله برخه يې هغه تودوخه ده چې د ويلې شوي يخ د تودوخې درجه له صفر سانتي ګريد درجې څخه tc^0 درجې پورې لوړوي؛ نو هغه مجموعي تودوخه چې يخ ته ورکول کېږي $mQ_m + mCt$ ده. داسې چې Q_m د يخ ويلې کولو تودوخه ده او قيمت يې $80\dfrac{Cal}{gr}$ ده.

C د ويلې شوې مايع ځانګړې تودوخه ده. هغه مقدار تودوخه چې په کالوري متر کې يې اوبه او پخپله کالوري متر له لاسه ورکوي د $mC(t_1 - t) + W(t_1 - t)$ څخه عبارت ده. څرنګه چې په نوموړې عمليه کې له بهرني چاپيريال سره د تودوخې راکړه ورکړه نه رامنځته کېږي؛ نو لرو:

$$mQ_m + mCt = m_1 C(t_1 - t) + W(t_1 - t)$$

له دې ځايه:

$$Q_m = \frac{(m_1 C + W)(t_1 - t) - mCt}{m}$$

تجربې ښيي! چې د زياترو اجسامو په حجم کې له ذوبان وروسته بدلون ليدل کېږي. د ويلې کيدلو پر مهال د جسم ماليکولي نظم ګډوډېږي او په عمومي توګه وينو چې د ويلې کيدلو پر مهال د موادو حجم لوئيږي او کله چې يو مايع جسم منجمد شي. نو حجم يې وړوکی کېږي، همدا سبب دی، چې په جامد حالت کې د يو جسم ځانګړی وزن له مايع

حالت څخه زيات وي. څرنګه چې د انجماد پر مهال د يوه جسم حجم وړوکی کيږي؛ نو د جامد شوي جسم پر سطحه کې يو شمير سوري او لوړي ژوري منځته راځي. هغه يوازنيې ماده چې په طبيعت کې له دې امر څخه مستثنی ده؛ اوبه دي. کله چې اوبه منجمدې کيږي؛ نو ماليکولونه يې د نورو موادو پر خلاف له يو او بل څخه لري کيږي او حجم يې زياتيږي. که چيرې يو جسم د ويلو کيدلو پر مهال انبساط وکړي؛ نو د بهرني فشار لوړيدلو له امله يې د ويلې کيدلو نقطه لوړيږي او که چيرې د ويلې کيدلو (ذوبان) پر مهال جسم انقباض وکړي؛ نو د بهرني فشار له کبله يې د ذوبان نقطه ټيټيږي. يعني د يوه جسم د تودوخې درجه چې د نوموړي جسم حالاتو ته بدلون ورکوي، د هغه فشار تابع ده، کوم چې نوموړي جسم پکښې واقع وي. که چيرې يو جسم د m ګرام حجم له ذوب څخه ترمخه V_1 وي او له ذوب وروسته يې حجم V_2 وي؛ نو هغې لنډې شيبه کې چې حالت بدلون تمام شوی نه وي د حالت د بدلون تودوخې درجه T او Q د حالت بدلون د تودوخې مقدار وي؛ نو پر دغه وخت کې د Δp فشار بدلون د حالت بدلون د تودوخې درجې ته د ΔT په اندازې سره بدلون ورکوي، داسې چې:

$$\Delta T = \frac{\left(V_2 - V_1\right) T}{m\, Q} \Delta P$$

پورتنۍ معادله د کلاوزيوس - کلا پيرون $(clausius - calapeyrun)$ معادلې څخه عبارت ده.

۲. تبخير او د تبخير تودوخه

پوهيږو چې د تودوخې په هرې درجه کې د مايع يو شمير ماليکولونه له مايع څخه بهر کيږي، او يا يې مايع بخار کړې وي، لکه چې مخکې مو وويل د تودوخې په يوې ټاکلې درجه کې د مايع ټول ماليکولونه يو شان سرعت نلري، بلکه سرعت يې د همدې ټاکلې تودوخې درجې پورې اړوند سرعت يوه منځنۍ قيمت په شاوخوا توزيع کيږي. چې په پايله کې د ځينو ماليکولونو سرعت د غليان حالت سرعت پورې رسيږي او په دغه سرعت سره کولای شي چې مايع پريږدي او تر بڼه را بهر شي. د دغو ماليکولونو شمير د تودوخې درجې پورې تړاو لري او هر څومره چې د مايع تودوخې درجه لوړه وي؛ نو په همدې شمېر زيات ماليکولونه ترينه را بهر کيږي، ځکه چې که هر څومره د تودوخې درجه زياته شي په هماغه شمېر سره د ماليکولونو منځنی سرعت زياتيږي، دا داسې

معنی لري چې که هر څومره د تودوخې درجه پورته شي؛ نو مایع ډېر ژر تبخیر کیږي، په لوښي کې د پاتې مالیکولونو منځنۍ سرعت د ځینو مالیکولو د تبخیر په ترڅ کې کمیږي، چې په پایله کې د دغو مالیکولونو د تودوخې درجه را ټیټیږي؛ نو وایو چې مایع سړه شوېده، د ساري په توگه که یو کس لوند شي؛ نو د یخنۍ احساس کوي، د دې سبب دادی چې د نوموړي کس پر بدن باندې پرتې اوبه ډېر ژر تبخیر کیږي او په پوستکي باندې د پاتې اوبو تودوخې درجه کمیږي. د دوبي په تودو ورځو کې د لندې ځمکې سوړوالی او باران وربدلو له امله د چاپیریال، سړېدل دا ټول د اوبو تبخیر څخه را منځته کیږي چې گرمي له ځانه سره اخلي، دا چې وغواړو یو جسم مایع حالت څخه بخار حالت ته واړوو؛ نو باید تودوخه ورکړل شي. هغه مقدار تودوخه چې یو گرام اوبه ورته اړتیا لري، ترڅو په بخار واوړي د تبخیر تودوخه نومیږي. د تبخیر پر مهال د اوبو تودوخې درجه تر هغه مهاله پورې ثابته پاتې کیږي تر څو چې په بخار واوړي. د یوې مایع مثال په ډول د اوبو تبخیر تودوخه د لاندې تجربې پواسطه ټاکلی شو. (94) شکل پر اساس د K په بیگر کې یوه اندازه اوبه اچوو او تودوخه ورکوو، د اوبو بخار د R نل له لارې د D کالوري متر ته چې m_1 گرام اوبو تودوخې درجه یې t_1 ده، هدایت کوو. د اوبو بخار په D کالوري متر کې په اوبو اوړي او خپله د تبخیر تودوخه m_1 مایع ته ورکوي، په پایله کې د مایع تودوخې درجه لوړیږي او تودوخې درجه په t_2 سره ښیو. که فرض کړو چې m_2 گرامه د اوبو بخار کالوري متر ته ور دننه شوي وي او د غلیان درجه په t_1c^0 سره وښیو؛ نو د بخار تودخې درجه د مایع کېدلو پر مهال له tc^0 څخه t_e C^0 ته راکښته کیږي. که چیرې فرض کړو چې Q د تودوخې هغه مجموعي مقدار وي، چې د اوبو m_2 گرام بخار یې د کالوري متر اوبو ته ورکوي؛ نو پر دغه حالت کې لرو چې:

$$Q = m\,Q_e + m_2\ C\left(t_e - t_2\right)$$

پداسې حال کې چې Q_e د تبخیر تودوخې مقدار دی، دا چې د بهرني چاپیریال سره د تودوخې راکړه ورکړه نه پیښیږي؛ نو د Q' تودوخې دغه مقدار له هغه مقدار تودوخې سره مساوي دی چې د D کالوري متر او m_1 گرام اوبه یې اخلي. که چېرې د کالوري متر تودوخیز ظرفیت په W وښیو. نو پر دغه حالت کې دا مقدار اخستل شوې تودوخه عبارت ده له

$$Q' = \left(W + m_1\ C\right)\left(t_2 - t_1\right)$$

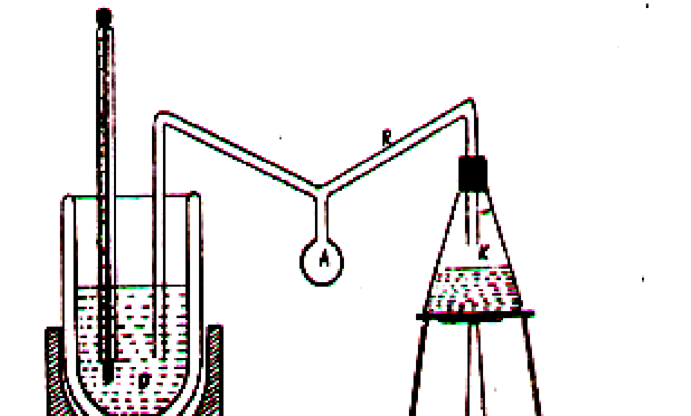
دلته c د اوبو ځانگړې تودوخه ده. له پورته اړیکو څخه لرو.

$$m_2\ Q_e + m_2\ C\left(t_e - t_2\right) = \left(W + m_1\ C\right)\left(t_2 - t_1\right)$$

له دې ځايه:

$$Q_e = \frac{\left(W + m_1\ C\right)\left(t_2 - t_1\right) - m_2 C\left(t_e - t_2\right)}{m_2}$$

له وروستۍ اړیکې څخه کولای شو د تبخیر تودوخه په لاس راوړو. که چېرې وغواړو د تبخیر تودوخه په ډېر دقت او ځیرتیا سره اندازه کړو نو باید د D کالوري متر ته د هغو اوبو ننوتلو څخه مخنیوی وکړو چې د R په نل کې جوړېږي. له همدې امله یې د R نل چې (94) شکل کې لیدل کیږي، ښکته لورته کوږ نیولی او په کوږوالي کې یې د A بوتل په څېر محفظه جوړه کړیده چې پر دغې محفظه کې د مایع څاڅکي راټولیږي او د کالوري متر داخل ته نه ځي. د زیاترو مایعاتو د تبخیر تودوخه له $50\frac{Cal}{gr}$ څخه تر $200\frac{Cal}{gr}$ پورې وي پداسې حال کې چې د اوبو تبخیر تودوخه $540\frac{Cal}{gr}$ ده چې یوه نهایي او لوړه پوله را منځته کوي.



(94) شکل

د یوې مایع غلیان یا ایشیدل له تبخیر څخه عبارت دی چې نه یوازې د مایع سطحې پورې بلکه د مایع داخل پورې هم تړاو لري. د مایع په دننه کې یو لړ پوقانۍ (حباب) هم لیدل کیږي. چې دغه پوقانۍ یا بخار شوې مایع خپل ځان د مایع سطحې ته رارسوي او بیا له مایع څخه بهر کیږي. ددغو پوقانیو په دننه کې فشار وجود لري او دغه فشار د تودوخې درجې پورې تړاو لري. که چېرې دغه فشار له هغه فشار څخه چې مایع پکښې

واقع دی، لوی وي، نو پردغه حالت کې نوموړي پوقانې د مایع پواسطه راټولیږي او بېرته په مایع اوړي او نه يې پريږدي، تر څو خپل ځان د مایع سطحې ته راورسوي. يوه مايع د تودوخې په هغې درجه کې په ایشېدلو راځي چې د بخار فشار د مایع پر سطحه باندې د وارده فشار یعنې هوا سره مساوي شي. که چیرې په سر خلاصو لوښو کې د ایشېدلو عملیه په هوا کې ترسره شي، نو پردغه صورت کې د بخار فشار د هوا فشار سره کاملاً مساوي وي. چې يوه ځانګړي فشار کې يوه مايع تل د تودوخې په يوې ټاکلې درجه کې په ایشېدلو راځي. نو له دې ځایه پوهیږو چې د یوې مایع د غلیان درجه د بهرني فشار تابع ده.

مثال: $100\,gr$ ایشېدلې اوبه په یوه لوښي کې د $100\,gr$ صفر درجه سانتي گرید تودوخې لرونکې یخ سره ګډیږي د تودوخې تعادل درجه په لاس راوړئ. که چیرې د یخ ویلې کېدلو تودوخه $80\dfrac{cal}{gr}$ وي.

حل: هغه تودوخه چې ایشېدلې اوبه یې له لاسه ورکوي. عبارت ده له:

$$Q_1 = m_1 C_1 \left(t_1 - t\right)$$

$$= 100\ gr\ 1\frac{cal}{gr\, C^0}\left(100 - t\right)$$

$$10000 - 100t$$

هغه تودوخه چې یخ یې اخلي، عبارت ده له:

$$Q_2 = m_2 Q_m + m_2 C_1 \left(t - t_2\right)$$

$$= 100\ gr\ 80\frac{cal}{gr} + 100\, gr\ 1\frac{cal}{gr\ C^0}\left(t - 0\right)$$

$$= 8000\ cal + 100\ t$$

څرنګه چې:

$$Q_1 = Q_2$$

$$10000 - 100\,t = 8000 + 100\,t$$

$$t = 10\,C^0$$

مثال: که چېرې وغواړو $\left(-20c^0\right)100gr$ یخ په $130c^0$ بخار تبدیل کړو؛ نو پردغې عملیه کې څومره مقدار تودوخې ته اړتیا ده، که چېرې د بخار او یخ ځانګړې تودوخه $0.5\dfrac{cal}{gr.c^0}$، د یخ ویلې کېدلو تودوخه $80\dfrac{cal}{gr}$ او د اوبو د تبخیر تودوخه $540\dfrac{cal}{gr}$ وي.

حل:

$$Q = m\,C_1\left(t_2 - t_1\right) + m\,Q_m + m\,C\left(t - t_2\right) + m\,Q_e + m\,C_2\left(t_3 - t\right)$$

$$= 100\,gr \times 0.5\frac{cal}{gr\,C^0}\left(0 - \left(-20\right)\right)C^0 + 100\,gr \times 80\frac{cal}{gr} + 100\,gr \times 1\frac{cal}{gr\,C^0}\left(100 - 0\right)C^0$$

$$+ 540\frac{cal}{gr} \times 100\,gr + 100\,gr \times 0.5\frac{cal}{gr\,C^0}\left(130 - 100\right)C^0$$

$$= 74500\,cal$$

پوښتنه- د $110c^0$ تودوخې درجې لرونکي $100\,gr$ یخ څخه باید څومره تودوخه واخستل شي، تر څو په $\left(-15c^0\right)$ یخ واوړي. که چېرې د یخ او بخار ځانګړې تودوخه $0.5\dfrac{cal}{gr}$، د یخ ویلې کېدلو تودوخه $80\dfrac{cal}{gr}$ او د اوبو تبخیر تودوخه $540\dfrac{cal}{gr}$ وي.

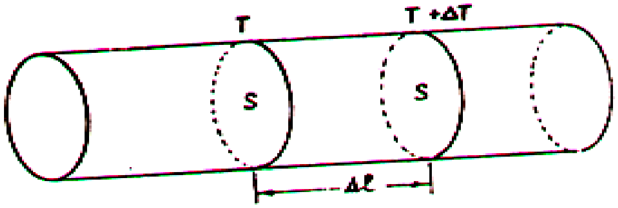
ځواب - $73250cal$

8 – 7 د تودخې لیږد (انتقال)

په عمومي توګه تودوخه په درې طریقو ؛ هدایت، جریان او تشعشع سره لېږدول کیږي.

۱. د تودوخې هدایت $(Heat\ \ conduction)$

د فلزي میلې یو سر له یوه تود جسم سره ږدو ، دلته وینو چې د یو څه مودې وروسته میله تودیږي او دغه تودوالی د میلې بل سر پورې هم احساسیږي. یا په بل عبارت له تود جسم څخه تودوخه د میلې یو سر څخه بل سر پورې لیږدیږي، په دغې عملیه کې د تود جسم اتومونه، فلزي میلې ته نه لیږدیږي او همدا رنګه د میلې د تود سر اتومونه د میلې بل سر پورې خپل ځای ته بدلون نه ورکوي نو له دې پرته چې د نوموړي جسم په مالیکولونو یا اتومونو کې د ځای بدلون تر سترګو شي. تودوخه له یو ځای څخه بل ځای ته لیږدیږي د تودوخې لیږد دغې عملیې ته د تودوخې هدایت وایي. د ټولو موادو لپاره د تودوخې هدایت یو شان نه وي او د مادې نوعیت پورې یې تړاو لري. پدغه مطلب باندې دلانبه پوهیدو لپاره په یوې استوانوي میله کې د تودوخې خپریدل څیړو.



(95) شکل

د (95) شکل پر اساس ددغې استوانې دوه د S مقطې چې د ΔL په واټن کې سره پرتې دي او تودوخې درجې یې T او $T+\Delta T$ دي په پام کې نیسو ؛ له تیوري څخه څرګندیږي چې د Q تودخې مقدار چې د S مقطعې څخه تیریږي د تودوخې درجې توپیر په في واحد اوږدوالي $\dfrac{\Delta T}{\Delta l}$ ، د S مقطعې او t وخت سره مستقیماً متناسب ده. یعنې:

$$Q \approx S\,t\,\frac{\Delta T}{\Delta l}$$

او یا

$$Q = \lambda\,S\,t\,\frac{\Delta T}{\Delta l}$$

په پورته اړیکه کې λ د تناسب ضریب دی. که چېرې lډیر وړوکی شي نو پر دغه حالت کې پورتنۍ اړیکه په لاندې شکل لیکل کیږي.

$$Q = \lambda\ S\ t\frac{dT}{dl}$$

د λ تناسب ثابت د مادې نوعیت پورې تړاو لري او د تودوخیز هدایت ضریب او یا هم د تودوخیز هدایت عدد نومیږي چې د $C.G.S$ پر سیستم کې یې واحد $\frac{Cal}{grad\sec Cm}$ دی.

د یوې مادې تودوخیز هدایت عدد د تودوخې مقدار په کالوري ښیي.

۲. **د تودوخې جریان** $(Heat\quad convetion)$

که په یوې خونه کې بخارۍ ولګوو. د بخارۍ تودوخې له امله بخارۍ ته څېرمه د هوا مالیکولونه تودیږي او شاوخوا هوا یې انبساط کوي، چې په پایله کې یې کثافت کمیږي او پورته ځي او هغه مالیکولونه چې لا تر اوسه ګرم شوي نه وي، د نوموړو ځای نیسي. د تودوخې دغه لیږد ترهغې مودې پورې دوام مومي تر دې چې د خونې ټوله هوا د تودخې یوه درجه غوره کړي. د تودوخې دې ډول لېږد ته جریان وایې. په مایعاتو او غازاتو کې د تودوخې لېږد په دغې طریقه کې پیښیږي.

3- **د تودوخې تشعشع** $(Heat\quad Radition)$

پوهیږو چې د ځمکې او لمر تر منځ مادي چاپیریال وجود نه لري او یوه خلا ده؛ خو دلمر تودوخه په پرله پسې ډول ځمکې ته رارسیږي؛ نو د مادي چاپیریال په نه موجودیت کې دغه تودوخه د جریان اوهدایت په طریقو سره ځمکې ته نه رارسیږي، د تودوخې دې ډول لېږد ته د تودوخې تشعشع وایي. د تودوخې په تشعشع کې دلېږد واسطې په توګه مادي چاپیریال ته اړتیا نه پیښیږي.

هر سوځونکی جسم خپله تودوخه د تشعشع په ډول له لاسه ورکوي، که چېرې د یوه جسم د تودوخې درجه د خپل چاپیریال تودوخې درجې سره مساوي وي؛ نو پردغه صورت کې د جسم هماغه تودوخه چاپیریال تودوخې درجې سره مساوي وي؛ نو پر دغه صورت کې جسم تودوخه د چاپیریال ته تشعشع کوي. کومه چې د تشعشع په ډول یې د چاپیریال څخه جذب کړې وي. هغه جسم چې د خپل تشعشع مقدرا څخه زیات شمیر تودوخه جذب کړې وي؛ نو پر دغه حالت کې د نوموړي جسم د تودوخې درجه لوړیږي او

جسم گرم کيږي، که چېرې د تودوخې هغه مقدار چې جسم يې د تشعشع په ډول له لاسه ورکوي د هغه مقدار تودوخې څخه چې نوموړی جسم يې جذبوي، زياته وي؛ نو پر دغه حالت کې جسم سړيږي. هغه مجموعي مقدار تشعشع E چې يو جسم يې له لاسه ورکوي د مطلقه تودوخې درجې د څلورم توان سره متناسب ده يعنې:

$$E \approx AT^4$$

او يا:

$$E = \sigma AT^4$$

وروستۍ اړيکه د ستيفان بولتزمن قانون $(stefan - Boltzman)$ په نوم يادېږي.

σ د تناسب ضريب دی، چې قيمت يې $\sigma = 5.67 \times 10^{-10} \dfrac{watt}{m^2 K^4}$ ده او A هغه سطحه ده چې تشعشع تربنه را منځته کيږي.

۸.۸ د ترمو ډيناميک قوانين

د تودوخې ميخانيکي معادل او يا هم د ژول ثابت $(Joul)$ د تر سره شوي کار چې تودوخه منځته راوړي او د ترسره شوې کار پواسطه د توليد شوې تودوخې تر منځ نسبت ته د

$$J = \frac{\text{تر سره شوی کار چې تودوخه را منځته کوي}}{\text{د ترسره شوې کار پواسطه توليد شوې تودوخه}}$$

تودوخې ميخانيکي معادل وايې چې قيمت يې په عددي ډول عبارت دی له:

$$J = 4.18 \ \frac{Joul}{Cal}$$

ترسره شوی کار کولای شو په لاندې ډول تعريف کړو: که چېرې په يوه p ثابت فشار کې د يوه سيال حجم له V_1 څخه V_2 پورې انبساط وکړي. نو پر دغه صورت کې ترسره شوی کار مساوي کيږي په:

$$K = P\left(V_2 - V_1\right)$$

۱. د ترمودېناميک لومړی قانون

تجربې ښکاره کړې چې د تودوخې توليد د کار له مصرف سره يوځای په ببلابېلو ډولونو را منځته کيږي، يعنې په هر هغه سيستم کې چې کار ترسره کيږي. د کار مصرف پر ځای کې تودوخه توليديږي او په معکوس ډول په يو لړ ورو شرايطو کې د تودوخې په مصرف کولو کې کار ترسره کيږي، په هر ډول که چېرې يوه سيستم ته د تودوخې په ډول

انرژي ورکول شي؛ نو بېرته د کار په ډول ترېنه اخيستل کيږي، او که چېرې انرژي د کار په توګه ترسره شي نو په تودوخې باندې اوړي. نو په دې ډول کار په تودوخه او معکوساً انرژي له يو شکل څخه بل شکل ته اوړي په عمومي ډول د ترموديناميک لومړی قانون د انرژي تحفظ قانون يو ځانګړی حالت دی. دا چې په يوه تړلي سيستم يعنې هغه سيستم چې د بهرني چاپيريال سره تړاو ونلري، د انرژي ګانو مجموعه ثابته پاتې کيږي. د انرژي تحفظ قانون څخه پوهيږو چې کولای شو د انرژي هغه ټول ډولونه چې په يوه تړلي سيستم کې شامل دي؛ سره جمع کړو. هغه انرژي چې د انرژي شکل او ډول پورې تړاو ونلري د سيستم داخلي انرژی نوميږي. د سيستم داخلي انرژي د ماليکولونو اتومونو او يا الکترونونو د حرکي انرژي، پوتانسيل انرژي، د مقناطيسي او يا برېښنايي ساحې انرژي او نورو څخه جوړه ده.

که چېرې يوه سيستم ته تودوخه ورکړو نو حرکي انرژي يې زياتيږي او يا هم په بل عبارت په سيستم کې داخلي انرژي زياتوالی مومي. برعکس که يو سيستم سوړ شي حرکي انرژي يې کميږي؛ نو که د يوه سيستم داخلي انرژي په يوه حالت کې U_1 او په بل حالت کې U_2 وي. نو د داخلي انرژي بدلونونه عبارت دي له:

$$\Delta U = U_2 - U_1$$

د انرژي تحفظ قانون ته په پام سره، څرنګه چې انرژي نه له منځه ځي او نه هم را منځته کيږي ! بلکه له يو شکل څخه بل شکل ته اوړي. نو هغه انرژي چې په يوه سيستم کې په کار اړول کيږي د نومړي سيستم د داخلي انرژي د پورته تللو لامل کيږي. چې په پايله کې د داخلي انرژي بدلونونه د ورکړل شوې تودوخې د مقدار Q او اخستل شوي کار K د تفريق حاصل سره مساوي ده؛ يعنې:

$$Q - K = \Delta U$$
$$Q = \Delta U + K$$

له دې ځايه د Q ، K او ΔU واحدونه سره مساوي دي. که چېرې سيستم ته تودوخه ورکول شي؛ نو Q مثبت او که له سيستم څخه تودوخه واخستل شي نو منفي ده. همدارنګه کار هغه وخت مثبت وي؛ چې نومړی کار د سيستم پواسطه ترسره شي او که کار په سيستم باندې ترسره شوی وي؛ نو پر دغه حالت کې کار منفي دی. پورتنی اړيکه د ترموديناميک لومړی قانون دی.

۲. د تام غازونو د حالت بدلون ($Ideal$)

د تام غازونو د حالت بدلون، د غاز حالت معادلې څخه پیروي کوي په عمومي توګه د تام غازونو د حالت بدلون په غاز کې د فشار، حجم او تودوخې درجې د بدلون لامل کيږي. د ځانګړو شرایطو په پام کې نیولو سره کولای شو یو له دغو دریو متحویلینو فشار P ، حجم V او تودوخې درجې T ثابت وساتو.

الف: کـه چېرې د تودوخې درجه ثابته وساتل شي، د حالت دغه بدلون ایزوترم ($Isotherm$) نومیږي. ددغه شرط پر اساس د $P\,V = n\,R\,T$ غازاتو حالت معادلې څخه د بایل او ماریوت قانون لاسته راځي، یعنې:

$$P\,V = Const$$

خو د ترمودینامیک لومړي قانون ته په کتو سره پر دغه حالت کې د سیستم داخلي انرژي بدلون نه مومي؛ نو $\Delta U = 0$ ده چې په پایله کې $Q = K$ کيږي.

ب ـ که چېرې د غاز فشار ثابت وساتل شي، نو پر دغه حالت کې د حالت بدلون ایزوبار ($Isobar$) نومیږي. پر دغه حالت بدلون کې د غاز حجم عبارت دی له:

$$V = V_0(1+\beta\,t)$$

ج ـ که چېرې د غاز حجم ثابت وساتل شي نو د حالت دغه بدلون ته ایزوکور ($Isochor$) وایي. د حالت پر دغه بدلون کې لرو:

$$P = P_0(1+\beta\,t)$$

د حالت بدلون په پورتینو دریو ګونو حالتونو کې باید د سیستم او ګاونډي چاپیریال تر منځ د انرژۍ راکړه ورکړه د تودوخې په شکل کې رامنځته شوي وي. د ایزوبار او ایزوکور حالت بدلون کې ښکاره ده چې د غاز د حجم او یا فشار لپاره باید غاز ته تودوخه ورکړو.

د: که د غاز حالت بدلون په داسې ډول وي چې د ګاونډي چاپیریال سره د انرژۍ راکړه ورکړه د تودوخې په شکل ترسره شوې نه وي؛ نو د حالت دغه بدلون د ادیاباتیک په نوم ($Adiabatic$) یادیږي. په دغه صورت کې $Q = 0$ ده؛ نو د ترمودینامیک له لومړي قانون څخه لرو.

$$\Delta U = K$$

پر دغې عملیه کې داخلي انرژي کمه او زیاتیږي. یعنې که چېرې غاز یو کار ترسره کړي نو داخلي انرژي کمیږي او که په یو غاز باندې کار ترسره کړو نو داخلي انرژي یې زیاتیږي.

۳. د ترمودینامیک دویم قانون

د ترمودینامیک دوهم قانون څرګندوي چې: هیڅ کوم داسې ماشین وجود نلري تر څو یو کار په پرله پسې توګه داسې ترسره کړي، چې تودوخه له یوه سوړ جسم څخه یوه ګرم جسم ته ولیږدوي، د ترمودینامیک د دویم قانون د تطبیق تر ټولو غوره بیلګه دا ده چې د هوا تودوخې ذیرمې او سمندرونو اوبه د انرژي تولید په موخه کارول کېدای نشي. ځکه چې تر اوسه پورې د کښتۍ لپاره داسې یو موتور اختراع شوی ندی چې د سمندر اوبو تودوخه جذب کړي او د همدې تودوخې پواسطه فعالیت وکړي یعنې دا تودوخه په کار تبدیله کړي، تودوخه یوازې هغه مهال به کار اوړي چې دوه مخزنونه د تودوخې بېلابېلې درجې ولري؛ نو له همدې امله د کښتۍ موتور چې د سمندر اوبو د سوړوالي څخه انرژي واخلي، ندی فعاله شوی، ځکه چې دلته یوازې د تودوخې یو مخزن موجود دی.

پوښتنې

1. د $(14F^0$, $-45F^0$, $22F^0$, $-10F^0)$ تودوخې درجې په سانتي ګريد او کلوين واړوئ.
2. د $93c^0$, $47\,C^0$, $27\,C^0$ تودوخې درجې په فارنهايت او کلوين واړوئ.
3. د $372K^0$, $760K^0$, $428K^0$ تودوخې درجې په سانتي ګريد او فارنهايت واړوئ.
4. د يو سالم شخص د بدن تودوخې درجه $37\,C^0$ ده. د فارنهايت له جنسه يې په لاس راوړئ.
   ځواب: $98.6F^0$
5. د تودوخې پر کومه درجه کې د فارنهايت او سانتي ګريد درجې سره مساوي دي.
   ځواب: (-40)
6. که چېرې د يوې يو متر اوږدوالي لرونکې مسي ميلې د تودوخې درجه $80C^0$ پورته يوړل شي؛ نو معلومه کړئ چې اوږدوالى يې پر کومه اندازه زياتيږي، که چېرې د مسو د خطي انبساط ضريب $17\times10^{-6}\,\frac{1}{C^0}$ وي.
   ځواب: $136\times10^{-5}m$
7. يو مقدار د هايدروجن غاز په $59\,F^0$ تودوخې درجه او $19.8\frac{gr^*}{cm^2}$ فشار کې $874cm^3$ حجم لري؛ حجم يې په $(-26F^0)$ او $53.6\frac{gr^*}{cm^2}$ فشار کې معلوم کړئ.
   ځواب: $270\,cm^3$
8. يو مقدار معين غاز په $1atm$ فشار او $2c^0$ تودوخې درجه کې يو ليتر حجم لري؛ نو پر کوم فشار کې د غاز حجم $0.5lit$ کيږي که چېرې د تودوخې درجه يې $10C^0$ وي.
   ځواب: $2.24\,atm$
9. که چېرې د آکسيجن ماليکولي وزن $8gr$ وي، نو هغه حجم په لاس راوړئ چې $8gr$ آکسيجن يې په 15^0C تودوخې درجه او $750mm$ فشار کې ډکوي.
   ځواب: $5.97\,lit$

10. غواړو چې د $400gr$ کتلې لرونکي جسم د تودوخې درجه چې ځانګړې تودوخه يې $0.09\frac{cal}{gr\ C^0}$ ده له $95\ C^0$ څخه ته $25\ C^0$ ورسوو؛ نو څومره مقدار تودوخه بايد ترينه واخلو.
ځواب: $2520\ cal$

11. څو ګرامه $55\ C^0$ اوبه بايد له $30gr$ اوبو سره مخلوطې شي تر څو د تودوخې تعادل درجه يې $25\ C^0$ شي.
ځواب: $20gr$

12. څومره $100\ C^0$ تودوخې درجې لرونکې اوبه بايد له څومره $17.5\ C^0$ لرونکو اوبو سره مخلوط شي تر څو $45\ C^0$ لرونکي $3lit$ اوبه ترېنه لاسته راشي.
ځواب: $m_1 = 1\ lit = 10^3\ gr \quad , \quad m_2 = 2\ lit = 2\times10^3 gr$

13. $8\ C^0$ لرونکې، 4 ليتره اوبه د $80C^0$ تودوخې درجې لرونکو 5 لېتره اوبه او $40\ C^0$ تودوخې درجې لرونکې 3 لېتره اوبه سره مخلوط کيږي. د تودوخې تعادل درجه يې په لاس راوړئ.
ځواب: $45C^0$

14. يوه اوسپنيزه کره چې $5cm$ شعاع، $7.8\frac{gr}{cm^3}$ کثافت او $45\ C^0$ تودوخې درجه لري؛ بايد په څومره، $5\ C^0$ تودوخې لرونکو اوبو کې واچول شي، تر څو د تودوخې تعادل درجه $25C^0$ شي. که چېرې د اوسپنې ځانګړې تودوخه $0.5\frac{cal}{gr\ C^0}$ وي.
ځواب: $1020.5gr$

15. څومره مقدار تودوخې ته اړتيا ده، تر څو $200gr$ صفر درجې سانتي ګريد يخ په صفر سانتي ګريد درجې اوبو واړوي.
ځواب: $16000\ cal$

16. څومره مقدار تودوخې ته اړتيا پيښيږي، چې $50gr$ او $\left(-8C^0\right)$ يخ په صفر سانتي ګريد درجې اوبو تبديل کړي. که چېرې د يخ ځانګړې تودوخه $0.5\frac{cal}{gr\ C^0}$ او د ويلې کېدلو تودوخه يې $80\frac{cal}{gr}$ وي.

ځواب: $4200\ cal$

17. د اوبو څومره بخار چې $100\ C^0$ تودوخې درجه لري په یو کیلوګرام $(-4C^0)$ یخ کې واچول شي ترڅو یخ ویلي کړي او د ویلې شوو اوبو د تودوخې تعادل درجه $10\ C^0$ کړي. که چیرې د یخ ځانګړې تودوخه $0.5 \frac{cal}{gr\ C^0}$ او د یخ ویلې کولو تودوخه $80 \frac{cal}{gr}$ وي.

ځواب: $146gr$

18. په یوه کالوري متر کې چې $20 \frac{cal}{grad}$ تودوخیز ظرفیت لري. $300gr$ د $0\ C^0$ تودوخې درجې لرونکی یخ اچوو، نو څومره $100\ C^0$ تودوخې لرونکی د اوبو بخار باید په کالوري متر کې واچول شي، ترڅو یخ ویلې کړي او د تودوخې درجه یې $40\ C^0$ ته لوړه کړي.

ځواب: $61.33gr$

19. څومره تودوخه باید له $100gr$ اوبو څخه چې $50\ C^0$ د تودوخې درجه لري، واخستل شي؛ ترڅو چې په $(-10\ C^0)$ یخ واوړي.

د یخ ځانګړې تودوخه $0.5 \frac{cal}{gr\ C^0}$ او د یخ ویلې کولو تودوخه $80 \frac{cal}{gr}$ ده.

ځواب: $(-13500\ cal)$

20. په یوه کالوري متر کې چې $10 \frac{cal}{gr}$ تودوخیز ظرفیت لري $390gr$ اوبه چې $15\ C^0$ د تودوخې درجه لري، پکښې موجودې دي، وروسته پکښې یوه سربې او یوه مسې ګلوله چې مجموعي کتله یې $340gr$ او د هر یوې د تودوخې درجه $120\ C^0$ ده، په کالوري متر کې اچوو او د تودوخې تعادل درجه یې $20\ C^0$ کیږي. د مس او سربو کتله په لاس راوړئ، که چیرې د مس ځانګړې تودوخه $0.1 \frac{cal}{gr\ C^0}$ او د سربو $0.3 \frac{cal}{gr\ C^0}$ وي.

ځواب: د سربو کتله $140gr$ او د مسو کتله $200gr$ ده.

اخذ ليکونه

1. Basarow I.P., Thermodynamic VOB. Deutscher verlag Der Wissenschaften , Berlin , 1947 pp. 284 - 296 .

2. Cutnell J .D. and K.W. Johnson . Physics Sixth Edition John Wiley and Sovs , Inc-,2004.

3. Duncan T.Physics, A Textbook for Advanced level student , John Murray Ltd . London , 1983 ,pp.63, 141- 150, 180-184 , 193-200 .

4. Feynman R,P, R,B. Leiten & M. Sends , The Feynmaan Lectures on Physics Vol .I , Addison Wesley Publishing Company Inc ., London, 1963, pp. 5-5 , 8-9 & 8-10 .

5. Goodman L.E,& W.H. Warner , Dynamic , Wadworth publishing Company Inc . California , 1965, pp.81- 86, 88 93 -104 & 146 .

6.Jeff Sanny and William Moebs ,University Physics wm ,C. Brown Publishers , 1996.

7. Savelyev I.V Physics , A General Course , Vol. I, Mir Publishers Moscow , 1080 , pp. 22, 105-106 & 272 - 274 .

8. Schaum D. Theory & Problems of College Physics , secxth Edition , Schaum's Outline Series McGraw Hill, Book Company , New York , 1961 , PP. 26-27, 67-69, & 111-117 .

9. Sears F.W. & M .W Zemansky , University Pyhsics, Addison Wesley publishing Company Inc. 1953 , pp. 10- 11 ,46, 117 -130 , 142 - 153 , 217-233 & 320 - 241.

10. yavorsky B.M & A Detlaaf , Handbook of physic , Mir publishers Moscow , 1979 , pp. 78-87.

11. Subrahmanyan N. & B.L Jindal , A Textbook of Optics Niraj Prakashan New Dehli , 1966 , pp .109-113, & 116- 120.